

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра «Летательные аппараты и автоматические установки»

533.6(07)

Д261

В.Г. Дегтярь, В. И. Пегов

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Учебное пособие

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2015

Одобрено
учебно-методической комиссией аэрокосмического факультета

Рецензенты:
Г.Ф. Костин, С.Т. Калашников, В.Н. Анфилов

Дегтярь, В.Г.

Аналитическое представление аэродинамических характеристик летательных аппаратов сложной формы: учебное пособие / В.Г. Дегтярь, В.И. Пегов. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2015. – 52 с.

Представлены в систематизированном виде подходы к определению аэродинамических характеристик летательных аппаратов, состоящих из последовательного соединения элементов сферы, конусов, цилиндров или параллельного соединения блоков. Методы определения АДХ ЛА основываются на известных теоретических решениях аэродинамических задач (тонкого тела, конуса, Ньютона) и аппроксимации систематических экспериментальных исследований. Результаты представлены в виде аналитических зависимостей, графиков, таблиц.

Пособие ориентировано на студентов старших курсов, изучающих аэродинамику летательных аппаратов.

УДК 533.6:629.76(075.8)+629.7(075.8)

© Дегтярь В.Г., Пегов В.И., 2015
© Издательский центр ЮУрГУ, 2015

ВВЕДЕНИЕ

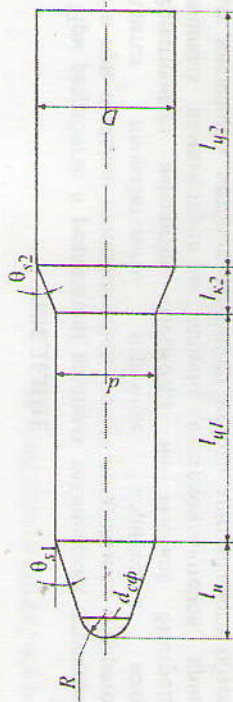
При разработке и реализации крупных технических проектов, в том числе и при создании принципиально новых летательных аппаратов (ЛА), приходится прорабатывать огромное количество возможных (альтернативных) вариантов. Несмотря на высокое быстродействие современных компьютеров и наличие суперкомпьютеров, применение прямых численных методов, например метода контрольного объема, при аэродинамическом расчете ЛА, может привести к неоправданно большому временным и материальным затратам и потере контроля исследователем за процессом. В связи с этим возрождается интерес к приближенным аналитическим методам исследования и методам сокращения времени вычислений на основе предварительной аналитической обработки исходной информации.

Для решения такой задачи можно использовать комбинированные методы расчета, в которых сочетаются различные (численные, интегральные, эмпирические, полуэмпирические) подходы. Представленные в пособии методы позволяют построить такой комбинированный замкнутый алгоритм расчета АДХ ЛА сложной формы.

В практике проектирования возникает необходимость иметь корпус, составленный из цилиндров разных диаметров, соединенных коническим переходом. Геометрическая форма любого блока ЛА предполагается состоящей последовательно из носовой части (шаровой сегмент и усеченный конус), и комбинации конических и цилиндрических участков. Шаровой сегмент задается диаметром основания, любой из усеченных конусов или цилиндров соответственно задается диаметром нижнего основания, высотой. В одном случае применяются моноблочные схемы при последовательном соединении ступеней (рис. 1, а), а в другом – многоблочные схемы при параллельном соединении ступеней, так называемые пакетные схемы (рис. 1, б).

Для достаточно точного и быстрого определения АДХ уже на первой стадии проектирования возникла необходимость систематизации имеющихся как экспериментальных, так и расчетных данных и создания приближенных методов расчета.

Разрабатываемые методы основываются на определении АДХ отдельных составных элементов корпуса ЛА (острых и усеченных конусов, шарового сегмента, цилиндров, плоского кормового среза) с последующим их суммированием с учетом интерференции между элементами при последовательном или параллельном расположении блоков.



а) моноблочная схема



б) пакетная схема

Рис. 1. Схемы аэродинамических компонентов ЛА

В целом по диапазону скоростей полета (или чисел Маха M) можно выделить движение ЛА при дозвуковых ($M < M_{кр}$, где $M_{кр}$ – критическое число Маха, при котором на поверхности ЛА появляются области со сверхзвуковыми скоростями потока), трансзвуковых ($1.0 \leq M \leq 1.2$), сверхзвуковых ($1.2 < M \leq 6$) и гиперзвуковых ($M > 6$) скоростях.

В целях достижения максимальной весовой отдачи конструкции ЛА, допуская необходимые осевые перегрузки, исключают наличие поперечных (изгибающих) нагрузок. Поэтому весь участок выведения ЛА совершается при небольших углах атаки, и наиболее важными, особенно на первом этапе проектирования, являются коэффициенты осевой силы сопротивления C_x , нормальной силы C_y и продольного момента (момента тангажа) m_z , которые определяются в связанной системе координат и относятся к скоростному напору $\rho V^2/2$, площади мидела S_M , характерной длине L .

1. ОБЩИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Продольную (осевую) силу тела вращения, имеющего донный срез, обычно представляют в виде суммы составляющих от давления X_p на боковую поверхность и давления на донный срез (донная осевая сила) $X_{дон}$ и сопротивления трения. В соответствии с этим полный коэффициент осевой силы

$$C_x = C_{xp} + C_{xдон} + C_{xf}, \quad (1.1)$$

где C_{xp} , $C_{xдон}$, C_{xf} – соответственно коэффициенты осевой силы давления, донной осевой силы и сопротивления трения.

Составляющие осевой силы и их коэффициенты можно определить, если известно распределение давления по поверхности корпуса.

Рассматривая корпус в виде тела вращения и пользуясь схемой, изображенной на рис. 2, можно получить следующие выражения для коэффициентов составляющих полной осевой силы:

$$C_{xp} = X_p / (q_\infty S_{мио}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{d\tilde{r}^2}{d\tilde{x}} \tilde{r}^2 \int_0^{\tilde{r}} \tilde{p} d\gamma, \quad (1.2)$$

$$C_{xдон} = X_{дон} / (q_\infty S_{мио}) = -\tilde{p}_{дон} \tilde{S}_{дон}, \quad (1.3)$$

Здесь $\tilde{r} = r/r_{мио}$ – отношение радиуса корпуса в некотором сечении к радиусу мидела сечения; $\tilde{x} = x/L$ – расстояние от носка до этого сечения по оси, отнесенное к длине корпуса; $\lambda_k = L/(2r_{мио})$ – удлинение тела вращения; $\tilde{p}_{дон} = (p_{дон} - p_\infty)/q_\infty$ – коэффициент донного давления; $\tilde{S}_{дон} = S_{дон}/S_{мио}$ – относительная площадь донного среза.

Нормальную силу корпуса Y представим в виде составляющей Y_p , которая зависит от распределения давления. Тогда коэффициент нормальной силы

$$C_y = C_{yp}, \quad (1.4)$$

где C_{yp} – коэффициент нормальной силы давления.

Для корпуса в виде тела вращения (рис. 2) коэффициент C_{yp} можно найти по известному распределению давления с помощью формулы

$$C_{yp} = Y_p / (q_\infty S_{мио}) = -\frac{4\lambda_k}{\pi} \int_0^{\pi} \tilde{r} d\tilde{x} \int_0^{\tilde{r}} \tilde{p} \cos \gamma d\gamma. \quad (1.5)$$

Аэродинамический момент, действующий на корпус, представим как момент сил давления. В соответствии с этим коэффициент продольного момента (момента тангажа)

$$m_z = m_{\pi} \quad (1.6)$$

Рассмотрим моментные характеристики для корпуса в виде тела вращения (рис. 2) при условии, что момент и его составляющие вычисляются относительно носа. Коэффициент момента сил давления

$$m_{\pi} = M_{\pi} / (q S_{\text{носа}} L) = \frac{4\lambda}{\pi} \int_0^{\pi} \tilde{r} x d\tilde{x} \int_0^{\pi} \tilde{p} \cos \gamma d\gamma + \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \tilde{r}^2 \gamma d\gamma \int_0^{\pi} \tilde{p} \cos \gamma d\gamma. \quad (1.7)$$

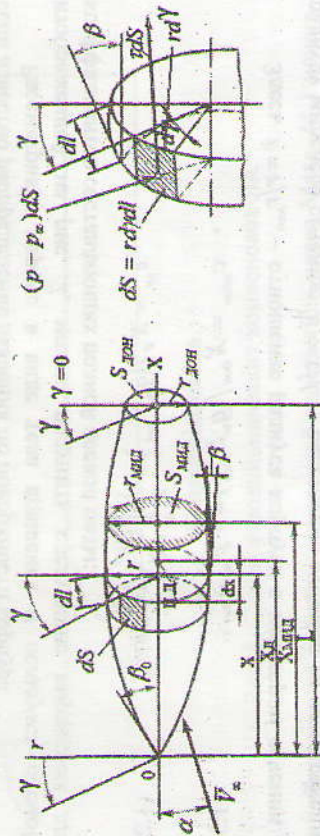


Рис. 2. Схема вывода зависимостей, определяющих аэродинамические характеристики тела вращения по известному распределению нормального и касательного напряжений

Определяя центр давления, обычно принимают, что он расположен на оси тела вращения. Величину коэффициента центра давления находим из выражения $C_D = X_D / L = -m_{\pi} / C_{\pi}$.

2. АППРОКСИМАЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОСЕВОЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ C_x И НОРМАЛЬНОЙ СИЛЫ C_y

Если на остром конусе с $\theta_s = 10^\circ$ при $\alpha = 0$ на дозвуковых скоростях сверхзвуковых зон не возникает, то на конусе со сферическим притуплением она просматривается уже при $M = 0,78$.

При дальнейшем возрастании скорости набегающего потока происходит дальнейшее развитие местной сверхзвуковой зоны [2]. В дальнейшем будем считать значение критического числа Маха близким к 0,8 ($M_{\text{кр}} \approx 0,8$) для всех конусов с различными сферическими притуплениями.

2.1. Сопроотивление силы давления острого конуса $C_{xk \text{ остр}}$

Для дозвуковых скоростей ($M < M_{\text{кр}}$) на основании анализа результатов испытаний острых конусов [2] получена аппроксимирующая зависимость

$$C_{xk \text{ остр}} = \frac{8 \sin \theta_s}{3 \sqrt{1 - M^2}} (1 - 0,95 \cos \theta_s), \quad (2.1)$$

где θ_s — угол полураствора конуса, который может изменяться в диапазоне от 10° до 35° .

При трансзвуковом обтекании ($1,0 \leq M \leq 1,25$) коэффициент сопротивления острого конуса может быть определен по интерполяционной формуле, полученной на основе экспериментальных данных [2]:

$$C_{xk \text{ остр}} = \frac{M^2 - 1}{(\kappa + 1) M^2} + 2,9 \frac{1 + \kappa}{M^2} (1 - 0,914 \cos \theta_s) \sin \theta_s. \quad (2.2)$$

Для $M = 1,25$ справедлива также оценка:

$$C_{xk \text{ остр}} = 0,5 / \lambda + 0,014 \lambda,$$

где $\lambda = 1 / (2 \lg \theta_s)$.

При сверхзвуковых скоростях и осесимметричном обтекании коэффициент продольной силы от давления (коэффициент волнового сопротивления) конической головной части и угол наклона конического скачка уплотнения θ_{sk} для воздуха ($\kappa = 1,4$) можно определить по следующим приближенным зависимостям:

$$C_{\pi \text{ кон}} = \bar{p}_{\pi} = \left(1,6 + 2 / M_{\infty}^2 \right) \bar{\theta}_s^{1,7};$$

$$\sin \theta_{sk} = \left(1 - \cos \theta_s + \sqrt{1 + \frac{\kappa + 1}{2} M_{\infty}^2 \sin^2 \theta_s} \right) / M_{\infty}. \quad (2.3)$$

Отметим, что в эти соотношения значения угла $\bar{\theta}_s$ следует подставлять в радианах, они обеспечивают хорошую точность при $\theta_s \leq 50^\circ$ и $M < 7 \dots 8$.

При $2,5^\circ \leq \theta_s \leq 30^\circ$ более точный результат дает использование следующей формулы:

$$C_{\pi \text{ кон}} = \bar{p}_{\pi} = 2e^* \sin^2 \theta_s, \quad (2.4)$$

где $x = 0,18145 - 2,0923 y + 9,092 y^2 + 6,876 y^3 - 62,225 y^4 - 97,1 y^5$;

$$y = 0,1 \cdot \lg(a' \sin \theta_s); \quad a' = \sqrt{M_\infty^2 - 1}.$$

Обработка результатов расчета параметров обтекания конуса, а также экспериментальных данных позволила получить приближенные и простые соотношения для коэффициента давления $\bar{P}_K$, безразмерной плотности $\bar{P}$ и угла наклона скачка θ_{sk} :

$$\bar{P}_K = \frac{2 \sin^2 \theta_s}{(1 - 0,25 \bar{P}) \cos^2 (\theta_{sk} - \theta_s)}; \quad (2.5)$$

$$\bar{P} = 1 - \frac{2 \lg \theta_s / \lg \theta_{sk}}{1 + \sqrt{1 - 2 \bar{P} \lg^2 \theta_s / (1 - 0,5 \bar{P})}}; \quad (2.6)$$

$$10^2 M_\infty \sin \theta_{sk} = 39 - \lg p_\infty + 0,5(196 + \lg p_\infty) M_\infty \sin \theta_s, \quad (2.7)$$

где p_∞ — атмосферное давление.

Эти соотношения дают удовлетворительный результат при $\bar{P} \leq 0,1$.

На основании анализа имеющихся экспериментальных данных [2] и данных 3. Копала [1] для расчета коэффициента сопротивления силы давления острого конуса при сверхзвуковых скоростях предлагается следующая формула:

$$C_{xk \text{ остр.}} = 1,8 \bar{\theta}_s^2 M^{-3,3 \sqrt{\bar{\theta}_s}} + (2,04 + 0,126 \bar{\theta}_s) \sin^2 \theta_s, \quad (2.8)$$

где угол полураствора конуса $\bar{\theta}_s$ задается в радианах. По формуле (2.8) получается хорошее совпадение с данными 3. Копала (ошибка < 5%) во всем широком диапазоне чисел M и углов θ_s , рассчитанных 3. Копалом ($2 \leq M \leq 7$; $5^\circ \leq \theta_s \leq 40^\circ$). Сравнение результатов расчета по формулам (2.1), (2.2), (2.8), экспериментов [2] приведено на рис. 3. Формула (2.8) позволяет также оценивать значение $C_{xk \text{ остр.}}$ в диапазоне от $M = 1,5$ до $M = 2$, для которого 3. Копал не дает решения (пунктирные кривые на рис. 3).

При $M \geq 3$ можно воспользоваться более простой формулой

$$C_{xk \text{ остр.}} = 2 \sin^2 \theta_s \left(1,04 + \frac{0,2}{M^{1,5 \sqrt{\bar{\theta}_s}}} \right). \quad (2.9)$$

Из анализа графиков, приведенных на рис. 3, видим, что предлагаемые аналитические зависимости коэффициента волнового сопротивления острого конуса от числа M и угла полураствора θ_s удовлетворительно согласуются с результатами экспериментальных данных.

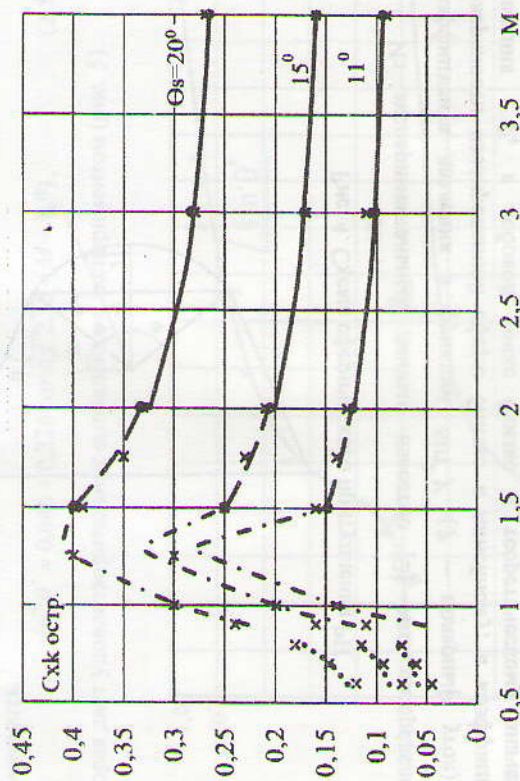


Рис. 3. Сравнение данных экспериментов (xxx) с результатами

расчета коэффициента $C_{xk \text{ остр.}}$:

- по формуле (2.1) для $M < M_{cr}$ (.....);
- по формуле (2.2) для $M_{cr} \leq M \leq 1,25$ (---);
- по формуле (2.8) для $1,5 \leq M$ (....);
- данные 3. Копала (—)

2.2. Коэффициент сопротивления силы давления сферического притупления $C_{xs \text{ сф.}}$

Для проведения аэродинамических расчетов носовой части РН требуется знать давление и силы, действующие на сферическое притупление и ее коническую часть (рис. 4). Ниже приводятся формулы для расчета распределения давления по поверхности притупления и определения его коэффициента сопротивления.

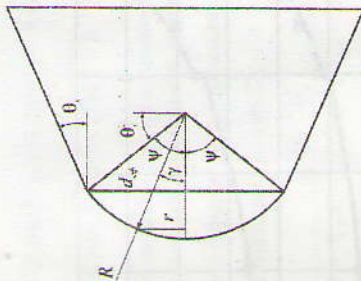


Рис. 4. Схема сферического притупления РН

Из экспериментальных данных известно [2], что распределение коэффициента давления в функции $\sin^2 \gamma$ (γ — полярный угол) по поверхности изолированной сферы близко к линейному, а коэффициент давления $\bar{P}_0$ в лобовой точке близко к теоретическому значению коэффициента давления торможения. Для дозвуковых скоростей $\bar{P}_0$ рассчитывается по формуле изотропического торможения

$$\bar{P}_0 = \frac{2}{k M^2} \left[\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]. \quad (2.10)$$

При сверхзвуковых скоростях ($M > 1$) следует пользоваться формулой Рейля для коэффициента давления торможения после прямого скачка

$$\bar{P}_0 = \frac{2}{k M^2} \left[\left(\frac{k+1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{k+1}{2 k M^2 - (k-1)} \right)^{\frac{1}{k-1}} - 1 \right]. \quad (2.11)$$

При звуковой скорости ($M = 1$) формулы (2.10) и (2.11) дают одинаковое значение

$$\bar{P}_0|_{M=1} = \frac{2}{k} \left[\left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]. \quad (2.12)$$

Поэтому распределение $\bar{P}$ по поверхности шара для дозвуковых, звуковых и сверхзвуковых скоростей можно представить в виде

$$\bar{P} = \bar{P}_0 \left(1 - \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \theta^*} \right),$$

где θ^* — значение угла γ , при котором $\bar{P} = 0$.

Для расчета $\sin^2 \theta^* = f(M)$ может быть использована следующая зависимость

$$\sin^2 \theta^* = 0,645 + 0,226 \cdot \arctg 2,38 \cdot (M - 0,9), \quad (2.13)$$

которая дает удовлетворительное совпадение с экспериментом (рис. 5).

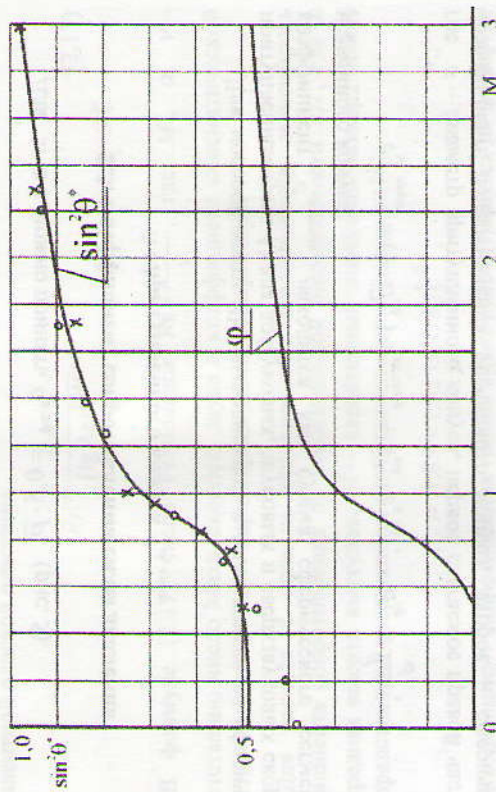


Рис. 5. Зависимости $\sin^2 \theta^*$, φ от числа М:

x — экспериментальные данные [2];

o — по формуле (2.13)

Если угол полураствора конуса θ_s , то при проведении интегрирования по углу γ от нуля до $\frac{\pi}{2} - \theta_s$ получим для сферического сегмента выражение

$$\bar{c}_{x\text{сф}} = \bar{P}_0 \cos^2 \theta_s \left(1 - \frac{\cos^2 \theta_s}{2 \sin^2 \theta^*} \right). \quad (2.14)$$

Коэффициент сопротивления сферического притупления удобно представить в виде:

$$c_{x\text{сф}} = \bar{c}_{x\text{сф}} \frac{\pi R^2}{\pi d_{\text{сф}}^2} = \bar{c}_{x\text{сф}} \frac{1}{4 \cos^2 \theta_s} = \varphi \cdot \bar{P}_0, \quad (2.15)$$

причем $C_{x,cf}$ отнесен к площади $\frac{\pi d_{cf}^2}{4}$, где d_{cf} – диаметр основания сферического сегмента, R – радиус сферы (рис. 4). Сравнивая формулы (2.14) и (2.15) с учетом (2.13), получим для коэффициента φ выражение

$$\varphi = 1 - \frac{\cos^2 \theta}{2 \sin^2 \theta} = 1 - \frac{0,5 \cos^2 \theta}{0,645 + 0,226 \cdot \arctg 2,38 \cdot (M - 0,9)}.$$

Для $M \geq 3$ можно принять $C_{x,cf} = 0,5 \cdot \bar{P}_0$ (рис. 5).

2.3. Коэффициент сопротивления силы давления

притупленного конуса $C_{xk,прит}$

Для носовой части РН, выполненной в виде конуса со сферическим притуплением (рис. 4) для дозвуковых, звуковых и сверхзвуковых скоростей коэффициент $C_{xk,прит}$ находится как сумма сферического сегмента и усеченного конуса:

$$C_{xk,прит} = (1 - \bar{d}_{cf}^2) \cdot C_{xk,осп.} + \bar{d}_{cf}^2 \cdot C_{x,cf}, \quad \bar{d}_{cf} = \frac{d_{cf}}{d}, \quad (2.16)$$

где d – диаметр притупленного конуса, первое слагаемое правой части это коэффициент сопротивления усеченного конуса, второе – сферического сегмента, $C_{xk,осп.}$ рассчитывается по формуле (2.1) для дозвуковых скоростей, по формуле (2.2) для трансзвуковых скоростей и по формуле (2.8) для сверхзвуковых скоростей, $C_{x,cf}$ – по формуле (2.15) для всего диапазона скоростей.

2.4. Коэффициент сопротивления донной осевой силы и силы трения

Коэффициент донной осевой силы при пространственном обтекании может быть задан как функция осредненного значения коэффициента $C_{x,дон}$ от M в виде таблицы для конусов и цилиндров [3] (табл. 1).

Таблица 1

M	0	0,8	1,0	1,1	1,2	1,5	2,0	3	4	5	6	10	30
$C_{x,дон}$	0,14	0,16	0,20	0,27	0,21	0,18	0,15	0,10	0,07	0,05	0,04	0,014	0,002

Режим обтекания тела зависит от числа Рейнольдса. В носовой части тела образуется ламинарный пограничный слой, затем следует некоторая область перехода ламинарного течения в турбулентное и, наконец, он становится полностью турбулентным. Поскольку большая часть тела обтекается турбулентным потоком и сопротивление трения турбулентного пограничного слоя больше, то в оценочных расчетах будем пользоваться формулой Прандтля-Шлихтинга для турбулентного пограничного слоя для эквивалентной плоской пластины

$$c_f = \frac{0,455}{(\lg Re)^{2,584}}. \quad (2.17)$$

В формуле (2.17) число Рейнольдса $Re = \frac{MaL}{\nu}$, где M , a , ν – соответственно число Маха, скорость звука и коэффициент кинематической вязкости на высоте H , L – характерная длина корпуса РН.

Для расчета с полным проявлением шероховатости зависимость коэффициента сопротивления от относительной шероховатости k/l , где k есть средняя высота выступов, l – характерный линейный размер, может быть представлена посредством интерполяционной формулы [4]:

$$c_f = [1,89 + 1,62 \lg(l/k)]^{2,5}.$$

Коэффициент сопротивления трения будет рассчитываться по формуле:

$$c_{xf} = c_f \cdot \bar{S}_{бок},$$

где $\bar{S}_{бок} = S_{бок}/S_{зад}$, $S_{бок}$ – площадь боковой поверхности тела, $S_{зад}$ – площадь мидела тела.

2.5. Коэффициент нормальной силы C_y

Для блоков, состоящих из притупленных, усеченных конусов и цилиндров, расчеты коэффициента C_y при малых углах атаки α проводятся по формулам:

$$C_y = c_y^a \alpha.$$

Экспериментальные данные для конусов со сферическим притуплением показывают, что значение производной коэффициента нормальной силы c_y^a в основном зависит от числа M и угла θ , и очень слабо зависит от коэффициента притупления λ [2]. Для чисел $M < 1$ можно

считать, что зависимость C_y^a от λ (для $\lambda \geq 0,5$) практически отсутствует; при $M > 1$ с уменьшением λ , незначительно уменьшается C_y^a .

Для расчета C_y^a острых конусов и близких к ним пригнутых ($\lambda > 0,67$) во всем диапазоне чисел M и $7,5^\circ \leq \theta_s \leq 35^\circ$ может быть рекомендована следующая зависимость

$$C_y^a = A + B \cdot \ln \sqrt[3]{M - M^*},$$

где $A = 2,165 - 2\bar{\theta}_s$, $B = 0,100 + 0,32\bar{\theta}_s$, $M^* = 0,84 + 1,45\bar{\theta}_s$, $\bar{\theta}_s$ — в радианах, C_y^a имеет размерность 1/радиан. Расчет по этой формуле показывает хорошее совпадение с экспериментальными данными [2].

Для первого цилиндра $C_{y,i1}^a = 0,5C_{y,i1}^a$, где $C_{y,i1}^a$ — для первого конуса. Для всех последующих цилиндров $C_{y,i}^a = 1,4\sqrt{1 - \bar{d}_i^2}$, $\bar{d}_i = \frac{d_{i-1}}{d_i}$, d_{i-1} — диаметр цилиндра, предыдущий i -ому цилиндру диаметром d_i .

Можно также пользоваться для острых конусов и сверхзвуковых скоростей формулой, полученной в результате обработки данных 3. Копала:

$$C_{y,c}^a = \left[2 - 0,5 \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\lambda_T} \exp \left(-2 \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\lambda_T} \right) \right] \left(\frac{4\lambda_T^2}{1 + 4\lambda_T^2} \right), \quad (2.18)$$

где $\lambda_T = x_T/d_{нос}$. Также отметим, что коэффициент центра давления конуса, отсчитываемый от носа, можно рассчитывать по формуле:

$$\bar{x}_{ц0} = -\frac{m_{\pi}}{C_{y,c}} = \frac{2}{3} (1 + tg^2 \theta_s).$$

3. ЭМПИРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АДХ ПРОСТЕЙШИХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ ПОЛЕТА

Как правило, геометрически фюзеляж любого летательного аппарата представляет собой тело вращения и его можно разбить на четыре части: головная, средняя (обычно цилиндрическая), кормовая и донный срез. Некоторые из них могут отсутствовать. Примеры возможных форм тел вращения с заостренным носком показаны на рис. 6 [7]. Поэтому общее сопротивление ЛА вращения при сверхзвуковых скоростях полета без учета трения может быть представлено зависимостью

$$C_{x/А} = C_{x_{голл}} + C_{x_{хвн}} + C_{x_{хор}} + C_{x_0},$$

где $C_{x_{голл}}$, $C_{x_{хвн}}$, $C_{x_{хор}}$, C_{x_0} — соответственно коэффициенты волнового сопротивления головной, цилиндрической, кормовой частей ЛА и его донное сопротивление.

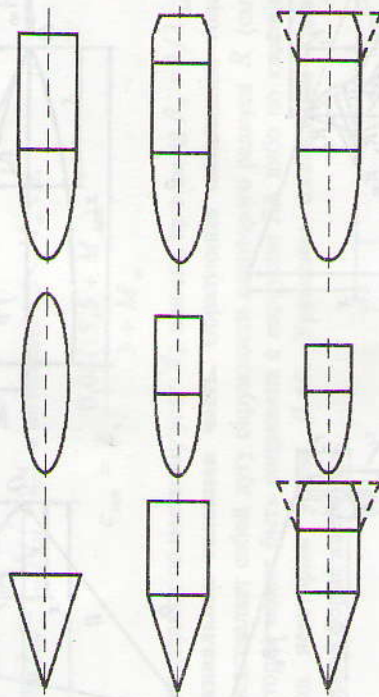


Рис. 6. Возможные формы тел вращения с заостренным носком

Исследования показывают, что наибольший вклад в аэродинамические характеристики при сверхзвуковых скоростях полета (в невязкой постановке) вносят головная часть ЛА и его донный срез.

Во многих конструкциях ЛА головные части имеют загнутые формы. Загнутые формы применяют прежде всего при очень больших скоростях полета, когда основным требованием, предъявляемым к головным частям, является способность противостоять действию высоких температур обтекающего газа. Однако часто загнутые формы обладают ЛА (или их отдельные элементы), имеющие небольшие скорости, что может быть обусловлено конструктивными особенностями, назначением аппарата и др. Практически всегда приходится иметь дело с загнутым телом, так как технологически невозможно добиться абсолютно острой головки.

Различные формы головных частей представлены на рис. 7: оживальная (а), параболическая (б), коническая (в, г). Конические головные части, как правило, имеют различные загнутые: секущий 1 или касательный 2 сферический носок, плоский торец 3, эллиптическое загнутые 4 и т.п. Сферический касательный носок и плоский торец являются двумя наиболее характерными формами загнутых, которые можно рассматривать как границы своеобразного интервала, содержащего другие возможные формы. Обе эти характерные формы представляют интерес при исследовании аэродинамики загнутых тел с какой-либо промежуточной формой носа, так как дают возможность оценить крайние

значения тех или иных аэродинамических параметров, которыми они обладают. Может также встретиться комбинация указанных форм. Зная аэродинамические коэффициенты простейших тел вращения, а также влияние на них затупления, можно оценить характеристики практически любой головной части сложной формы.

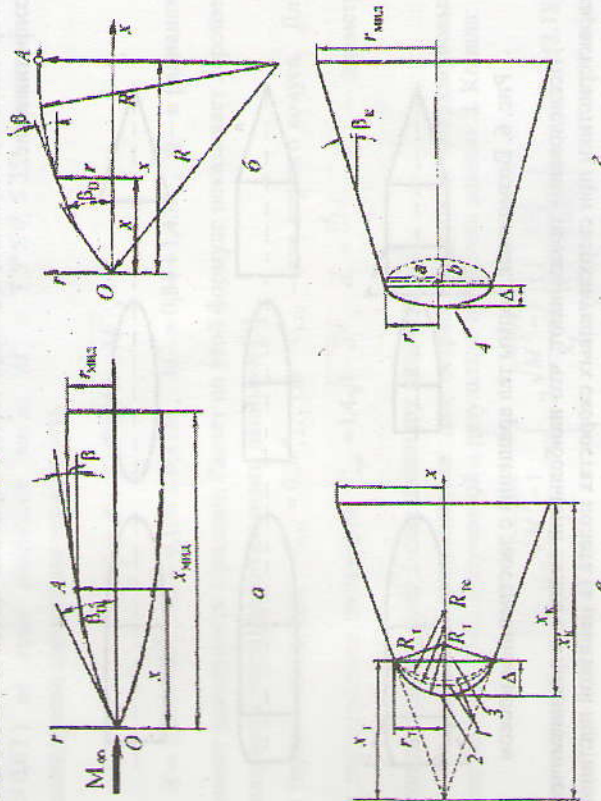


Рис. 7. Формы головных частей

Рассмотрим приближенные формулы для оценки аэродинамических характеристик (в основном волнового сопротивления) наиболее часто встречающихся форм головных частей ЛА при сверхзвуковых скоростях полета и осесимметричном обтекании (угол атаки α близок к нулю).

Коническая головная часть. При сверхзвуковых скоростях коэффициент сопротивления от давления (коэффициент волнового сопротивления) конической головной части можно определить по следующим приближенным формулам (для воздуха $k = 1,4$, при $\beta_k \leq 50^\circ$, $M_\infty \leq 7 \dots 8$, значение полуугла раствора конуса β_k следует подставлять в градусах):

$$C_{x\text{кон}} = (0,0016 + 0,002 / M_\infty^2) (\beta_k^0)^{1,7};$$

$$M_\infty \sin \theta_c = 1 - \cos \beta_k + \sqrt{1 + \frac{k+1}{2} M_\infty^2 \sin^2 \beta_k}.$$

Нижний предел M_∞ соответствует критическому значению $\beta_{кр}$, при котором скачок уплотнения остается еще присоединенным. Погрешность

формул $\approx 5\%$; она возрастает с ростом M_∞ и β_k , когда значительным становится влияние диссоциации.

Более точный результат ($\approx 0,75\%$) при $2,5^\circ \leq \beta_k^* \leq 30^\circ$ дает формула (2.4).

Параболическая головная часть. Параболическая головная часть (см. рис. 7, а) имеет уравнение образующей $\bar{r} = \bar{x}(2 - \bar{x})$, где $\bar{r} = 2r/d_{\text{зад}}$, $\bar{x} = x/l_{\text{гол}}$.

При $\lambda_{\text{гол}} = l_{\text{гол}}/d_M > 2,5$ в интервале $1,5 < M_\infty < 6$:

$$C_{x\text{пар}} = \bar{p}_k \frac{0,08(15,5 + M_\infty)}{3 + M_\infty},$$

где $\bar{p}_k$ определяют по местному углу β_0 в носке, причем $\tan \beta_0 = 1/\lambda_{\text{гол}}$.

Оживальная головная часть. Образующая оживальной головной части представляет собой дугу окружности некоторого радиуса R (см. рис. 7, б), которая может быть сопряжена с корпусом ЛА либо по касательной, либо под некоторым углом $\beta \neq 0$. Уравнение оживальной кривой в безразмерной форме имеет вид

$$\bar{r} = 2\bar{R} \left\{ \left[1 - \frac{\lambda_{\text{гол}}^2}{\bar{R}} (\bar{x} - 1)^2 \right]^{0,5} - 1 \right\} + 1,$$

где $\bar{R} = R/d_{\text{зад}}$.

Для оживальной головной части (при $5^\circ < \beta_0 < 20^\circ$ и в диапазоне чисел M_∞ от 1,5 до 3,5) получено соотношение

$$C_{x\text{ожив}} = \bar{p}_k \left(1 - \frac{14 - 1,143 \lambda_{\text{гол}}^{-2}}{M_\infty + 18} \right),$$

причем

$$\tan \beta_0 = \frac{\lambda_{\text{гол}}}{\bar{R}} \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\text{гол}}}{\bar{R}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}},$$

в практических случаях часто полагают

$$1/\lambda_{\text{гол}} = 2 \tan \beta_0 / 2.$$

Сферическая головная часть. Для приближенного определения характеристик головной части со сферическим затуплением можно использовать следующую зависимость:

$$C_{x\text{сф}} = \bar{p}_0 (1 - 0,5 \sin^2 \varphi_k)$$

где $\bar{P}_0$ — коэффициент давления в точке полного торможения за прямым скачком уплотнения; если при этом головная часть представляет собой полусферу ($\varphi_x = \pi/2$), то $C_{хсф} = 0,5\bar{P}_0$.

Плоский тор. При затуплении носовой части по плоскости используют формулу $C_{хт} = 0,915\bar{P}_0$.

Рассмотрим некоторые комбинации тел вращения.

Используя приведенные выше соотношения и приводя выражение для аэродинамического коэффициента к единой характерной площади — площади мишени, получим:

конус со сферическим затуплением

$$C_{хз} = C_{хс} (1 - \bar{R}^2 \cos^2 \beta) + C_{хсф} \bar{R}^2,$$

где $\bar{R}^2 = R_r/R_M$ (см. рис. 7, в);

конус с торцевым затуплением

$$C_{хз} = C_{хс} (1 - \bar{R}^2) + C_{хт} \bar{R}^2;$$

парабола — сферический носок

$$C_{хз} = C_{хт} [1 - \bar{R}^2 \cos^2 \beta (3,1 - 1,4\bar{R} - 0,7\bar{R}^2 \cos^2 \beta)] + C_{хсф} \bar{R}^2;$$

парабола — плоский тор

$$C_{хз} = C_{хт} [1 - \bar{R}^2 (3,1 - 1,4\bar{R} - 0,7\bar{R}^2)] + C_{хт} \bar{R}^2.$$

При малых углах атаки цилиндрическая часть корпуса практически не создает волнового сопротивления: $C_{хвдл} \approx 0$.

Кормовая часть ЛА может быть выполнена сужающейся (для уменьшения донного сопротивления) или расширяющейся (для придания ЛА большей статической устойчивости).

Если кормовая часть летательного аппарата выполнена сужающейся с полууголом обратного конуса $\beta_{кор}$, то коэффициент осевой силы для нее может быть определен формулой

$$C_{хкор} = C_{хт} \left(2,09 \sin^2 \beta_{кор} + \frac{0,19 \sin^2 \beta_{кор}}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \right) \sqrt{1 - \bar{S}_{дон}},$$

где донное сужение $\bar{S}_{дон} = S_{дон}/S_M$.

В случае расширяющейся хвостовой (кормовой) части для ориентировочной оценки ее сопротивления можно воспользоваться методом "местных конусов", полагая, что скорость перед кормой равна V_∞ :

$$C_{хкор} = (0,0016 + 0,002/M_\infty^2) (\beta_{кор}^0)^{1,7} (\bar{S}_{дон} - 1).$$

Коэффициенты нормальной силы и момента тангажа тонких тел вращения при малых углах атаки могут быть получены по линейной теории.

Согласно этой теории (без учета влияния вязкости):

$$C_y = 2\alpha \bar{S}_{дон}, \quad m_z = -2\alpha \left(\bar{S}_{дон} - \frac{W_T}{W_H} \right),$$

$$C_d = \frac{x_{тв}}{L} = 1 - \frac{W_T}{\bar{S}_{дон} W_H}, \quad m_x = 2\alpha \left(\left(\frac{x_{тв}}{L} - 1 \right) \bar{S}_{дон} + \frac{W_T}{W_H} \right),$$

где W_T — объем тела вращения; W_H — объем описанного вокруг него цилиндра; α — угол атаки (в радианах).

Эти соотношения справедливы для тел малого удлинения $\lambda = 3 \dots 5$, так как при больших λ существенное влияние оказывают силы вязкого трения.

Кроме того, могут быть рекомендованы и другие соотношения.

В сверхзвуковом диапазоне чисел M_∞ производную $C_{хз}$ заостренной конической головной части можно определить по приближенной зависимости

$$C_{хз}^\alpha = 0,035 \cos \beta = 0,035 \left(\frac{4\lambda_{кор}^2}{1 + 4\lambda_{кор}^2} \right)$$

или пользоваться более точной формулой, полученной в результате обработки данных точного решения Копала (2.18):

По аналогичным зависимостям можно определить нормальную силу расширяющейся кормовой части.

Под нормальной силой сужающейся кормовой части тела будем понимать дополнительную отрицательную силу, возникающую на ней при ненулевом угле атаки. В основе большинства приближенных методов расчета аэродинамических коэффициентов сужающихся кормовых частей тел вращения лежат формулы теории тонкого тела. Так, для коэффициента нормальной силы можно использовать зависимость

$$C_{хз}^\alpha = k_{хз} \left(\frac{r_d^2}{r_M^2} - 1 \right) \sin 2\alpha,$$

где r_d — радиус донной части корпуса,

$$k_{хз} = 0,7 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

где M_∞ — число Маха в кормовой части ЛА.

4. РАСЧЕТНЫЕ ДАННЫЕ ПО ОБТЕКАНИЮ КОНУСА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

4.1. При обтекании конуса, ось которого совпадает с направлением набегающего потока

Обтекание осесимметричных тел отлично от обтекания плоских тел. При обтекании клина все струйки, проходя через скачок уплотнения,

претерпевают излом и поворачиваются на угол, равный половине угла раствора клина. В области, заключенной между поверхностью клина и скачком уплотнения, скорость, давление и плотность постоянны.

При обтекании конуса того же раствора впереди него также возникает косой скачок уплотнения, примыкающий к вершине конуса, имеющий форму конуса (головная волна).

Угол наклона образующих скачка уплотнения σ к направлению набегающего потока будет меньше угла наклона скачка уплотнения, образующегося при обтекании тем же потоком клина того же угла раствора, что у конуса. В области между коническим скачком уплотнения и конусом параметры потока будут изменяться. Линии тока в этой области будут кривыми линиями.

Решим задачу обтекания конуса сверхзвуковым потоком с параметрами p_1, ρ_1, v_1 , ось которого совпадает с направлением скорости $-v_1$ (рис. 8).

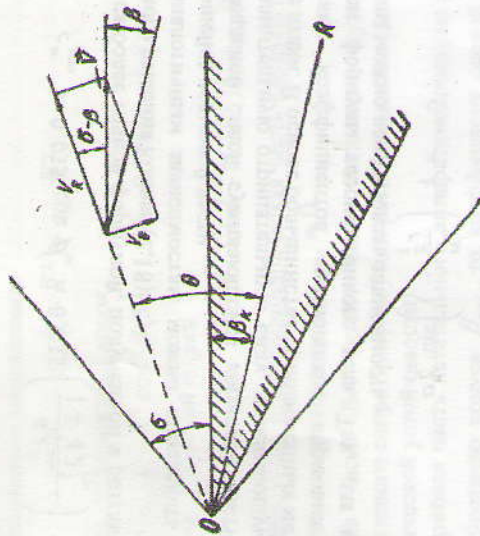


Рис. 8. Обтекание конуса сверхзвуковым потоком при нулевом угле атаки

Для решения поставленной задачи введем в рассмотрение сферические координаты с центром в точке O (вершине конуса). Так как скачок уплотнения представляет собой конус, то энтропию за скачком можно считать везде постоянной, следовательно, движение газа в области между конусом и скачком уплотнения будет безвихревым. В таком случае уравнения движения будут состоять из уравнения неразрывности ($div(\rho v) = 0$), которое в сферической системе координат запишется так:

$$\frac{\partial \rho v_r R^2 \sin \theta}{\partial R} + \frac{\partial \rho v_\theta R}{\partial \theta} + \frac{\partial \rho v_\phi R \sin \theta}{\partial \phi} = 0;$$

уравнения Бернулли

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\kappa \rho^{\kappa-1}}{\kappa-1} = \frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)} a_*^2;$$

уравнения постоянства энтропии

$$\frac{P}{\rho^\kappa} = g = const;$$

уравнений, выражающих собой равенство нулю вектора вихря

$$\Omega_R = \left(\frac{\partial v_\theta R}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi R \sin \theta}{\partial \theta} \right) \frac{1}{R^2 \sin \theta} = 0;$$

$$\Omega_\theta = \left(\frac{\partial v_R}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta R}{\partial R} \right) \frac{1}{R} = 0;$$

$$\Omega_\phi = \left(\frac{\partial v_\phi R \sin \theta}{\partial R} - \frac{\partial v_R}{\partial \phi} \right) \frac{1}{R \sin \theta} = 0.$$

При рассмотрении конических течений, так как вдоль каждой прямой, проходящей через вершину конуса, параметры потока должны быть одинаковыми, можно считать v_R, v_θ, v_ϕ и другие гидродинамические параметры независимыми от R . Кроме того, в рассматриваемой в этом пункте задаче в силу наличия осевой симметрии $v_\phi = 0$ и параметры потока не должны зависеть от ϕ , т.е. v_R, v_θ и R будут функциями только угла θ . Уравнения движения для этого случая запишутся так:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{d\theta} (\rho v_\theta \sin \theta) + 2 \rho v_R \sin \theta &= 0; \\ \frac{dv_R}{d\theta} &= v_\theta; \\ \frac{p}{\rho^\kappa} &= g_2; \\ \frac{v^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} g_2 \rho^{\kappa-1} &= \frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)} a_*^2, \end{aligned} \right. \quad (4.1)$$

где g_2 — значение g за скачком уплотнения.

Граничные условия для системы уравнений (4.1) следующие:

1) Условия обтекания конуса (нормальная составляющая скорости v_θ к поверхности конуса равна нулю):

$$\text{при } \theta = \beta_\kappa \quad v_\theta = 0; \quad (4.2)$$

2) Условия, которые должны выполняться на скачке уплотнения ($\theta = \sigma$):

а) условие того, что касательная составляющая скорости не терпит разрыва на скачке: при $\theta = \sigma \quad v_R = v_1 \cos \sigma$;

б) в соответствии с рис. 8 можно записать следующее условие:

$$\lg(\sigma - \beta) = -\frac{v_\theta}{v_R} = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \frac{1}{\sin \sigma} \frac{M_1^2 + \sin^2 \sigma}{\sin \sigma \cos \sigma}; \quad (4.3)$$

в) кроме того, из условий на поверхности разрыва следует, что

$$\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)} a^2 = \frac{v_1^2}{2} + \frac{a_1^2}{\kappa - 1} \quad (4.4)$$

и

$$g_2 = g_1 \frac{(\kappa + 1) - (\kappa - 1) \frac{\rho_1}{\rho_2}}{(\kappa + 1) \frac{\rho_1}{\rho_2} - (\kappa - 1) \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^\kappa}, \quad (4.5)$$

где

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{(\kappa - 1) + \frac{2}{M_1^2} (1 + \zeta g^2 \sigma)}{\kappa + 1}.$$

Исключая из первого уравнения системы (4.1) ρ с помощью уравнения Бернулли, получаем для определения v_R и v_θ следующую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dv_\theta}{d\theta} &= -\frac{v_\theta \left(v_\theta \lg \theta + v_R \left(2 - \frac{v_\theta^2}{a^2} \right) \right)}{1 - \frac{v_\theta^2}{a^2}}; \\ \frac{dv_R}{d\theta} &= v_\theta, \end{aligned} \right. \quad (4.6)$$

где

$$a^2 = \frac{\kappa + 1}{2} a_1^2 - \frac{\kappa - 1}{2} (v_R^2 + v_\theta^2).$$

Граничные условия для системы (4.6) можно записать так:

при $\theta = \beta$, $v_\theta = 0$;

$$\text{при } \theta = \sigma \quad \begin{cases} v_R = v_1 \cos \sigma; \\ -v_\theta = \frac{v_1}{\sin \sigma} \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \left(\sin^2 \sigma + \frac{2}{\kappa - 1} M_1^2 \right). \end{cases}$$

Уравнения (4.6) с учетом приведенных граничных условий решаются численно. Подробный анализ возможных методов этих уравнений и результатов численных расчетов приводятся в книге [5].

В результате решения уравнений (4.6) будут найдены v_R , v_θ и σ как $f(M_1, \kappa, \beta)$. Зная v и σ , определим по (4.5) g_2 , по уравнению Бернулли

— давление. Результаты численных расчетов для $\kappa = 1, 4$ приводятся в таблицах 1 и 2 и на рис. 9 и 10. В таблице 1 и на рис. 9 приведены значения $\sigma^\circ = \theta_{\text{ск}}(\beta_\kappa, M_1)$, на рис. 10 дана зависимость критического угла конуса $\beta_{\text{кр}}$, при котором скачок отходит от конуса, и $C_{p, \text{кр}}$ в зависимости от числа M_1 набегающего потока. Кроме того, в таблице 2 приведены коэффициенты давления $C_p = \frac{P_\infty - P_1}{\frac{1}{2} \rho_1 v_1^2}$ как функции угла конуса β_κ и числа M_1 набегающего

потока.

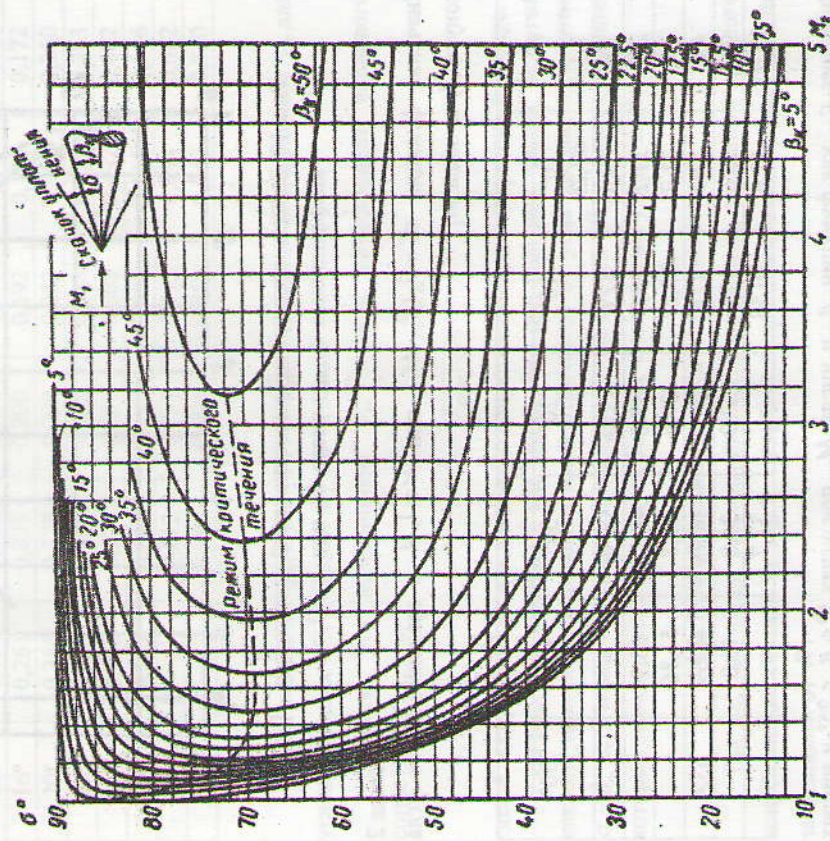


Рис. 9. Значения функции угла наклона скачка уплотнения $\sigma^\circ = \theta_{\text{ск}}(\beta_\kappa, M_1)$

при $\kappa = 1, 4$

где β_x — угол конуса в градусах.

Таблица 3

Значения коэффициента давления $c_{p\kappa} = \bar{p}_\kappa(\beta_\kappa, M_1)$ при $\kappa = 1, 4$ в зависимости от угла конуса β_κ и числа M_1

β_κ	M_1				
	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0
4°	0,033	0,030	0,028	0,025	0,024
10°	0,122	0,106	0,096	0,089	0,082
16°	0,261	0,225	0,200	0,192	0,180
20°	0,385	0,328	0,299	0,282	0,266
24°	0,533	0,441	0,408	0,388	0,370
28°	0,725	0,574	0,527	0,508	0,492
30°	0,842	0,649	0,597	0,574	0,555
34°	—	0,812	0,737	0,712	0,694
38°	—	0,985	0,894	0,859	0,842

Практически по формуле (4.7) можно подсчитать коэффициент c_p для углов, меньших 45°, и числах M_1 до 8.

Заметим, что коэффициент c_p и есть коэффициент волнового сопротивления, т. е.

$$c_p = c_{x\sigma} = \frac{X}{\rho_1 v^2 S / 2},$$

где $X = (p_x - p_1)S$ — сила волнового сопротивления, действующая на конус.

Из рис. 9 и таблицы 1 мы видим, что при больших числах M_1 угол наклона поверхности разрыва мало отличается от угла конуса, т. е. угол $\sigma - \beta_x$ есть малая величина. Предельные углы конуса $\beta_{\text{пр}}$, при увеличении которых скачок отходит от конуса больше, чем такие же углы у клина.

4.2. При обтекании конуса под углом атаки

Так же, как и при сверхзвуковом симметричном обтекании круглого конуса, можно считать v_R , v_∞ , v_∞ и другие гидродинамические параметры не зависящими от R .

Выберем сферическую систему координат так, чтобы ось $\theta = 0$ совпадала с направлением скорости набегающего потока $\vec{v}_\infty$, а плоскость $\varphi = 0$ совпадала с плоскостью, проходящей через $\vec{v}_\infty$ и ось симметрии конуса (рис. 11). Угол, составляемый осью симметрии конуса $\vec{z}$ и вектором $\vec{v}_\infty$,

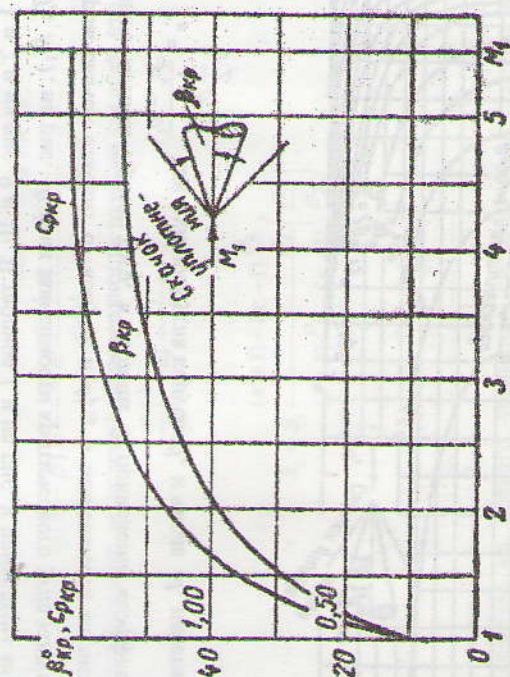


Рис. 10. Зависимости критических значений угла конуса β_x и коэффициента $c_{p\kappa}$ от числа M_1 при $\kappa = 1, 4$

Таблица 2

Значения функции $\sigma^\circ = \theta_{\text{кр}}(\beta_x, M_1)$ при $\kappa = 1, 4$ в зависимости от угла конуса β_x и числа M_1

M_1	β_x				
	10°	15°	20°	30°	50°
1,1	67,25	—	—	—	—
1,6	39,6	42,0	45,86	58,36	—
2,0	31,2	33,9	37,8	48,12	—
3,0	21,7	25,27	29,6	39,8	65,1
4,0	17,7	21,8	26,5	36,98	51,86
9,0	12,6	17,6	22,9	34,0	48,69
15,0	11,6	16,58	—	33,2	46,0

Значения c_p , как функции β_x и числа M_1 , при углах $5^\circ \leq \beta_x \leq 25^\circ$ и числах $1,5 \leq M_1 \leq 5$ можно приближенно определить по следующей интерполяционной формуле

$$c_p = \frac{2}{\kappa M_1^2} \left(\frac{p_x - p_1}{\rho_1} \right) = \left(0,0016 + \frac{0,002}{M_1^2} \right) \beta_x^{1,7}, \quad (4.7)$$

обозначим через α (угол атаки). Тогда уравнение конуса можно записать так:

$$z_k = R \cos \beta_k$$

или так

$$z_k = z \cos \alpha - x \sin \alpha = R \cos \theta \cos \alpha - R \sin \theta \cos \varphi \sin \alpha = R \cos \beta_k.$$

т. е.

$$\cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha \cos \varphi = \cos \beta_k.$$

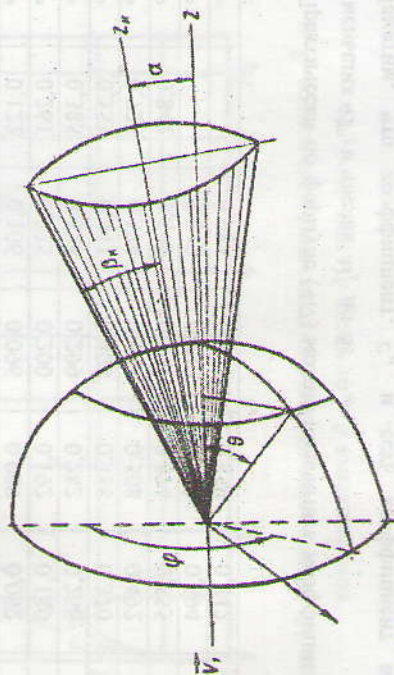


Рис. 11. Обтекание конуса сверхзвуковым потоком под углом атаки

Если α мало, то с точностью до малых второго порядка

$$\cos \theta \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) - \alpha \sin \theta \cos \varphi = \cos \beta_k.$$

Полагая $\theta = \beta_k + A\alpha + B\alpha^2$, имеем

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos \beta_k (1 - A^2 \alpha^2) - (A\alpha + B\alpha^2) \sin \beta_k; \\ \sin \theta &= \sin \beta_k \left(1 - \frac{A^2 \alpha^2}{2} \right) + \cos \beta_k (A\alpha + B\alpha^2); \\ \cos \beta_k \left(1 - \frac{A^2 \alpha^2}{2} \right) - (A\alpha + B\alpha^2) \sin \beta_k - \frac{\alpha^2}{2} \cos \beta_k - \\ &- \alpha (\sin \beta_k + A \cos \beta_k) \cos \varphi = \cos \beta_k. \end{aligned}$$

Сравнивая члены при одинаковых степенях α , получим

$$A = -\cos \varphi; \quad B = -\frac{1}{2} \alpha^2 \operatorname{ctg} \beta_k \sin^2 \varphi.$$

Таким образом, уравнение конуса в выбранной системе координат приближенно можно записать в виде

$$\theta = \beta_k - \alpha \cos \varphi - \frac{1}{2} \alpha^2 \operatorname{ctg} \beta_k \sin^2 \varphi. \quad (4.8)$$

Воспользовавшись выражениями для вихря в сферической системе координат и проектируя уравнение движения, записанное в форме Ламба – Громеко

$$\vec{v} \times \vec{\Omega} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \frac{v^2}{2},$$

на оси сферической системы координат получим для определения u_k , u_θ , u_φ и p , как функции θ и φ , следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\rho u_k \sin \theta + \frac{\partial \rho u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \rho u_\theta \sin \theta}{\partial \theta} = 0; \\ u_\theta \frac{\partial u_k}{\partial \theta} + \frac{u_\varphi}{\sin \theta} \frac{\partial u_k}{\partial \varphi} - u_\theta^2 - u_\varphi^2 = 0; \\ u_\theta \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_\varphi}{\sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \varphi} + u_\theta u_\varphi - u_\varphi^2 \operatorname{ctg} \theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta}; \\ u_\theta \frac{\partial u_\varphi}{\partial \theta} + \frac{u_\varphi}{\sin \theta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + u_\theta u_\varphi + u_\theta u_\varphi \operatorname{ctg} \theta = -\frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \varphi}; \\ \frac{u_\theta}{R} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} + \frac{u_\varphi}{R \sin \theta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} = 0, \end{cases} \quad (4.9)$$

где $\vartheta = \frac{p}{\rho^*}$.

Решения последних уравнений ищем в виде рядов:

$$u_r = u_r^0 - \alpha u_r^1 \cos \varphi + \alpha^2 (u_r^{21} + u_r^{22}) \cos 2\varphi;$$

$$u_\theta = u_\theta^0 - \alpha u_\theta^1 \cos \varphi + \alpha^2 (u_\theta^{21} + u_\theta^{22}) \cos 2\varphi;$$

$$u_\varphi = -\alpha u_\varphi^1 \sin \varphi + \alpha^2 u_\varphi^{(2)} \sin 2\varphi;$$

$$p = p_0 - \alpha p_1 \cos \varphi + \alpha^2 (p_{11} + p_{12}) \cos 2\varphi;$$

$$\rho = \rho_0 - \alpha \rho_1 \cos \varphi + \alpha^2 (\rho_{11} + \rho_{12}) \cos 2\varphi,$$

где u_r^0 , u_θ^0 , u_φ^0 , p_0 , ρ_0 – решение, полученное ранее для случая симметричного обтекания конуса; u_r^1 , u_θ^1 , u_φ^1 , u_r^{21} , u_θ^{21} , u_φ^{21} , u_r^{22} , u_θ^{22} , u_φ^{22} , p_1 , p_{11} , p_{12} , ρ_1 , ρ_{11} , ρ_{12} – функции θ .

Подставляя последние выражения в (4.9) и сравнивая коэффициенты при $\sin \varphi$, $\cos \varphi$, $\sin 2\varphi$, $\cos 2\varphi$ в членах, содержащих α в первой и второй степени, получим систему обыкновенных уравнений для определения u_r^1 , u_θ^1 , u_φ^1 , u_r^{21} , u_θ^{21} , u_φ^{21} и т. д.

Угол наклона поверхности разрыва σ можно искать также в виде ряда по α подобно (4.8).

В силу того, что ϑ будет функцией φ , несимметричный конический поток будет неизэнтропическим.

Рассмотренная задача подробно изложена в книге [5]. Приведем из этой книги выражения для коэффициентов лобового сопротивления C_x , подъемной силы C_y , и центра давления $C_{x_0} \approx x_0/d$, где x — расстояние от вершины конуса до центра давления:

$$C_x = -\frac{8}{\pi} K_D + \alpha^2 K_D^1;$$

$$C_y = \alpha(K_N - K_D) \frac{8}{\pi};$$

$$C_{x_0} = \frac{2}{3} (1 + tg^2 \beta_x),$$

где $K_D^1 \approx K_D \left(\frac{\pi}{8} K_D + \frac{2}{\pi M_1^2} \right) + \frac{1}{\pi M_1^2}$ при средних значениях чисел M_1 .

Значения K_D , K_N , K_D , как функции M_1 и угла конуса β_x , приведены в табл. 4.

Как видно из табл. 4, коэффициенты K_N и K_D мало изменяются с увеличением числа M_1 и с ростом угла конуса β_x уменьшаются.

Если к конусу присоединить цилиндрическую часть, то коэффициент ζ увеличивается примерно в два раза.

Таблица 4

M_1	β_x					
	10°			15°		
	K_D	K_N	K_D	K_D	K_N	K_{D_2}
1,5	0,048	0,718	0,094	0,094	0,675	1,0
2,0	0,0406	0,714	0,078	0,078	0,679	2,32
2,5	0,0368	0,713	0,071	0,071	0,686	3,98
3,0	0,0344	0,713	0,067	0,067	0,693	5,30
3,5	0,0326	0,716	0,064	0,064	0,699	6,18
4,0	0,0312	0,721	0,062	0,062	—	—
1,5	0,154	0,630	0,72	0,121	0,584	0,47
2,0	0,128	0,643	1,98	0,118	0,598	1,05
2,5	0,117	0,653	2,56	—	—	—
3,0	—	—	—	—	—	—
3,5	—	—	—	—	—	—
4,0	—	—	—	—	—	—

5. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ, РАССЧИТАННЫЕ ПО МЕТОДУ НЬЮТОНА

При расчете аэродинамических характеристик летательных аппаратов, движущихся с большими сверхзвуковыми и гиперзвуковыми скоростями, широко используется метод Ньютона. Несмотря на ряд недостатков и приближенный характер этого метода, он обладает большим преимуществом перед другими, более современными и точными методами расчетов. Это преимущество заключается в его простоте и в возможности получения аэродинамических характеристик тел сложной формы в полном диапазоне углов атаки (от 0 до 180°).

5.1. Общая форма записи формулы Ньютона

При определении сопротивления движению тел в газах по методу Ньютона принимают, что среда, обтекающая тело, состоит из одинаковых частиц, не взаимодействующих между собой. При столкновении с элементом поверхности тела частицы полностью теряют нормальную к элементу составляющую скорости, а тангенциальная составляющая остается без изменения (абсолютно неупругий удар). Такой подход позволяет получить зависимость коэффициента давления в точке поверхности от угла взаимодействия потока с обтекаемой поверхностью.

Обозначим составляющие проекции скорости на нормаль к поверхности (рис. 12, а) как

$$V_n = V_\infty \cos \eta \quad \text{и} \quad V_\tau = V_\infty \sin \eta.$$

Запишем для выделенного объема вблизи поверхности уравнение движения в проекции на внутреннюю нормаль к поверхности (рис. 12, б).

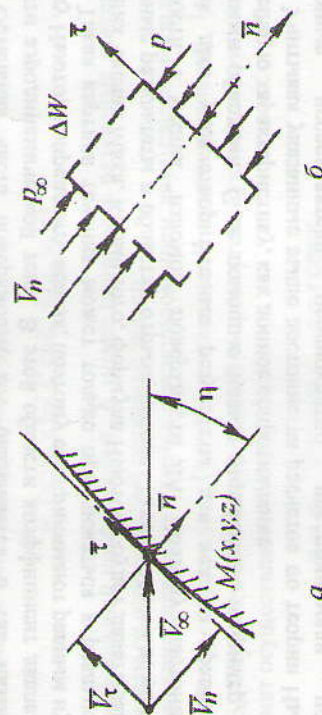


Рис. 12. Проекция скорости на нормаль к поверхности (а), уравнение движения в проекции на внутреннюю нормаль к поверхности (б)

За единицу времени в элементарный объем в направлении внутренней нормали к поверхности поступает масса жидкости

$$\dot{m} = \rho_{\infty} V_n dS,$$

имеющая скорость V_n . В объеме жидкость тормозится до нулевой скорости. Изменение количества движения в единицу времени

$$\Delta \dot{M} V_n = \rho_{\infty} V_n (0 - V_n) dS = -\rho_{\infty} V_n^2 dS.$$

Эта потеря количества движения за единицу времени равна силе, действующей на элементарный объем:

$$F_n = (p_{\infty} - p) dS = -\rho_{\infty} V_n^2 dS.$$

На поверхность ЛА действует сила, равная данной по модулю, но противоположная по направлению. Таким образом, для избыточного давления на поверхности получаем зависимость

$$(p_{\infty} - p) = \rho_{\infty} V_n^2,$$

или, учитывая принятые обозначения,

$$(p_{\infty} - p) = \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \cos^2 \eta.$$

Для коэффициента давления в точке $M(x, y, z)$

$$c_p(x, y, z) = \frac{p - p_{\infty}}{(\rho_{\infty} V_{\infty}^2) / 2} = 2 \cos^2 \eta(x, y, z). \quad (5.1)$$

Данное соотношение есть основная формула метода Ньютона. Согласно ей давление на элемент поверхности ЛА зависит только от ориентации этого элемента по отношению к набегающему потоку частиц.

Необходимо учитывать, что по формуле Ньютона можно определить коэффициент давления только для той части поверхности ЛА, для которой выполняется условие

$$-90^\circ \leq \eta \leq +90^\circ.$$

Остальная часть поверхности ЛА оказывается в так называемой области аэродинамической тени. В этой области коэффициент давления по методу Ньютона определить нельзя, поэтому его принимают равным нулю.

Такая картина течения может только приближаться к реальной при больших числах Маха. Кроме того, формула Ньютона будет давать заведомо неверные результаты в областях отрыва потока. Такие области возникают в частности, в местах "изломов" поверхности ЛА. Поэтому ньютоновская теория дает удовлетворительные результаты для тел со сравнительно плавными обводами. С ее помощью нельзя определить, например, такую важнейшую характеристику, как донное сопротивление.

Учитывая указанные выше достоинства расчетов по теории Ньютона, различные исследователи неоднократно предпринимали попытки усовершенствовать формулу (5.1), чтобы улучшить получаемые по ней результаты.

Усовершенствованная формула Ньютона. Как видно из (5.1), в точке полного торможения угол $\eta_f = 0^\circ$, поэтому коэффициент давления в этой точ-

ке согласно теории Ньютона $c_{p0} = 2$. Таким образом, формулу (5.1) можно представить в виде

$$c_p(x, y, z) = c_{p0} \cos^2 \eta(x, y, z). \quad (5.2)$$

Исследования показывают, что если постоянный коэффициент $c_{p0} = 2$ заменить значением $c_{p0}(k, M)$, полученным из опытов либо теоретическими расчетами, то формула (5.2) будет давать более точные результаты. Это особенно справедливо при расчетах обтекания затупленных головных частей. В этом случае для определения коэффициента давления в точке полного торможения можно использовать зависимость

$$c_{p0}(k, M) = \frac{2 \left[\frac{v(k, M)}{\pi(k, M)} - 1 \right]}{k M^2}, \quad (5.3)$$

где

$$\pi(k, M) = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{-k/(k-1)}, \quad (5.4)$$

$$v(k, M) = \left(\frac{k-1}{k+1} \right) \left[\frac{(k+1)^2}{2(k-1)} \right]^{k/(k-1)} \left(\frac{M^2}{\left(\frac{2k}{k-1} - \frac{1}{M^2} \right)} \right)^{1/(k-1)} \pi(k, M), \quad (5.5)$$

k — показатель адиабаты газа, обтекающего тело; M — число Маха невозмущенного потока.

Общая форма записи формулы Ньютона. Как видно из вышеизложенного, формулы (5.1) и (5.2) метода имеют одну и ту же структуру, поэтому для удобства дальнейшего использования и универсальности выводимых формул их можно записать в единой форме

$$c_p(x, y, z) = K \cos^2 \eta(x, y, z), \quad (5.6)$$

где универсальный коэффициент K может принимать различные значения в зависимости от особенностей решаемой задачи.

Решение задачи проводится с использованием двух систем координат: связанной прямоугольной (x, y, z) и связанной цилиндрической (x, r, γ) (рис. 13). Пересчет из цилиндрической в прямоугольную связанную систему координат осуществляется по формулам

$$x = x, \quad y = r \sin \gamma, \quad z = r \cos \gamma. \quad (5.7)$$

Начало систем координат размещается в носке летательного аппарата, эта же точка служит центром приведения моментов.

Элементарная сила, обусловленная избыточным нормальным давлением, действующая на поверхность летательного аппарата в некоторой точке $M(x, y, z)$, может быть записана в следующем виде:

$$dF(x, y, z) = (p(x, y, z) - p_\infty) dS, \quad (5.8)$$

где dS — площадь элемента поверхности, имеющего в общем случае произвольную ориентацию и форму; $p(x, y, z)$ — статическое давление на поверхности в точке M ; p_∞ — статическое давление в набегающем потоке.

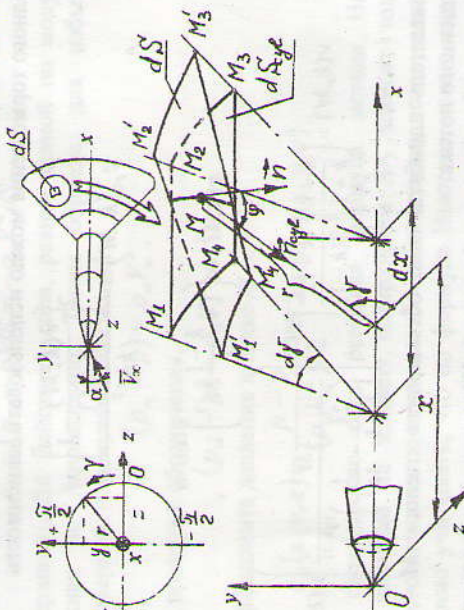


Рис. 13. Решение задачи с использованием двух систем координат: связанной прямоугольной (x, y, z) и связанной цилиндрической (r, φ, γ)

При $(p(x, y, z) - p_\infty) > 0$ избыточная сила действует по направлению внутренней нормали к поверхности в точке $M(x, y, z)$.

Проекции элементарной силы на оси связанной прямоугольной системы координат вычисляются в виде

$$\begin{aligned} dX &= dF \cos \alpha_x, \\ dY &= dF \cos \beta_y, \\ dZ &= dF \cos \gamma_z, \end{aligned} \quad (5.9)$$

где α_x , β_y и γ_z — углы, образованные вектором внутренней нормали $\vec{n}(x, y, z)$ с осями координат.

Коэффициент аэродинамической силы

$$c_i = \frac{F_i}{q_\infty S_M}, \quad (5.10)$$

где S_M — характерная площадь; q_∞ — скоростной напор.

Объединяя уравнения (5.8) — (5.10), получим выражения для элементарных коэффициентов аэродинамических сил, действующих вдоль соответствующих осей координат:

$$\begin{cases} dc_x = \frac{p(x, y, z) - p_\infty}{q_\infty} \cos \alpha_x \frac{dS}{S_M}, \\ dc_y = \frac{p(x, y, z) - p_\infty}{q_\infty} \cos \alpha_y \frac{dS}{S_M}, \\ dc_z = \frac{p(x, y, z) - p_\infty}{q_\infty} \cos \alpha_z \frac{dS}{S_M}. \end{cases} \quad (5.11)$$

С учетом выражения для коэффициента давления в точке $M(x, y, z)$

$$c_p(x, y, z) = \frac{p(x, y, z) - p_\infty}{q_\infty},$$

формулы (5.11) можно переписать следующим образом:

$$\begin{cases} dc_x = c_p(x, y, z) \cos \alpha_x \frac{dS}{S_M}, \\ dc_y = c_p(x, y, z) \cos \alpha_y \frac{dS}{S_M}, \\ dc_z = c_p(x, y, z) \cos \alpha_z \frac{dS}{S_M}. \end{cases} \quad (5.12)$$

где $c_p(x, y, z)$ определяется по зависимости (5.6).

Найдем общее выражение для угла η . Как известно из аналитической геометрии, косинус угла между векторами $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ может быть найден через их направляющие косинусы по соотношению

$$\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2. \quad (5.13)$$

Ориентация вектора скорости набегающего потока $\vec{V}_\infty$ относительно летательного аппарата определяется углами атаки α и скольжения β_{sk} (см. рис. 13). С учетом этого направляющие косинусы вектора $\vec{V}_\infty$ можно записать в виде

$$\cos \alpha_{V_\infty} = \cos \beta_{sk} \cos \alpha, \quad \cos \beta_{V_\infty} = \cos \beta_{sk} \sin \alpha, \quad \cos \gamma_{V_\infty} = \sin \beta_{sk}. \quad (5.14)$$

Тогда

$$\cos \alpha_{y_0} = \cos \beta_{cx} \cos \alpha = \cos \beta_{cx} \cos \alpha \cos \alpha_x + \cos \beta_{cx} \sin \alpha \cos \beta_y + \sin \beta_{cx} \cos \gamma_z. \quad (5.15)$$

Если рассматривать обтекание ЛА без угла скольжения $\beta_{cx} = 0$, то

$$\cos \eta = \cos \alpha \cos \alpha_x + \sin \alpha \cos \beta_y.$$

Ниже будут представлены именно такие случаи обтекания.

Получим выражение для вычисления площади dS произвольно ориентированного элемента поверхности ЛА. Рассмотрим в цилиндрической системе координат (см. рис. 13) цилиндр радиуса r , проходящий через данную точку $M(x, r, \gamma)$. Элементарный цилиндр $M_1 M_2 M_3 M_4$ (с площадью поверхности dS_{cyf}) является ортогональной проекцией элемента поверхности произвольной формы $M_1' M_2' M_3' M_4'$ (площадь которого dS), поэтому можно записать

$$dS_{cyf} = dS \cos \varphi, \quad (5.16)$$

где φ – угол между нормалью $\vec{n}$ и $\vec{n}_{cyf}$ к соответствующим поверхностям.

Так как $dS_{cyf} = r d\gamma dx$, то

$$dS_{cyf} = r d\gamma dx / \cos \varphi. \quad (5.17)$$

Косинус угла между векторами $\vec{n}$ и $\vec{n}_{cyf}$ определяется аналогично косинусу угла η :

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{\vec{n}_{cyf}} &= \cos \frac{\pi}{2} = 0, \quad \cos \beta_{\vec{n}_{cyf}} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) = -\sin \gamma, \\ \cos \gamma_{\vec{n}_{cyf}} &= \cos(\pi - \gamma) = -\cos \gamma. \end{aligned}$$

Тогда

$$\cos \varphi = -(\cos \beta_y \sin \gamma + \cos \gamma_z \cos \gamma). \quad (5.18)$$

Для интегрирования уравнений (5.12) необходимо найти выражение для направляющих косинусов внутренней нормали $\vec{n}$ к заданной поверхности в заданной точке $M(x, y, z)$. Из аналитической геометрии известно, что если поверхность задана общим уравнением вида

$$F(x, y, z) = 0,$$

то направляющие косинусы нормали в точке $M(x_0, y_0, z_0)$ вычисляются по формулам

$$\cos \alpha_x, \beta_y, \gamma_z = \pm \frac{F'_{x,y,z}}{\sqrt{(F'_x)^2 + (F'_y)^2 + (F'_z)^2}}, \quad (5.19)$$

$$\text{где } F'_x = \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{M(x_0, y_0, z_0)}, \quad F'_y = \frac{\partial F}{\partial y} \Big|_{M(x_0, y_0, z_0)}, \quad F'_z = \frac{\partial F}{\partial z} \Big|_{M(x_0, y_0, z_0)}.$$

Для того чтобы вектор $\vec{n}$ был внутренней нормалью, в уравнениях (5.19) следует выбирать знак «-».

С учетом (5.17) система (5.12) переписывается в виде

$$\begin{cases} dc_x = -\frac{1}{\pi} K \cos^2 \eta \frac{\cos \alpha_x}{\cos \varphi} \tilde{r} d\tilde{x} d\gamma, \\ dc_y = -\frac{1}{\pi} K \cos^2 \eta \frac{\cos \alpha_y}{\cos \varphi} \tilde{r} d\tilde{x} d\gamma, \\ dc_z = -\frac{1}{\pi} K \cos^2 \eta \frac{\cos \alpha_z}{\cos \varphi} \tilde{r} d\tilde{x} d\gamma. \end{cases} \quad (5.20)$$

$$\text{где } \tilde{r} = \frac{r}{R_M}, \quad d\tilde{x} = \frac{dx}{R_M}, \quad \pi R_M^2 = S_M.$$

Интегрирование по выбранному участку поверхности ЛА проводится во вспомогательной цилиндрической системе координат в пределах

$$\tilde{x}_{lo} \leq x \leq \tilde{x}_{up} \quad \text{и} \quad \gamma_{lo} \leq \gamma \leq \gamma_{up},$$

где индексы "lo" и "up" обозначают нижний и верхний пределы интегрирования по соответствующей координате. Таким образом, окончательные выражения аэродинамических коэффициентов для выбранного участка поверхности в связанной системе координат имеют вид

$$\begin{cases} c_x = -\frac{1}{\pi} \int_{\tilde{x}_{lo}}^{\tilde{x}_{up}} \int_{\gamma_{lo}}^{\gamma_{up}} K \cos^2 \eta \frac{\cos \alpha_x}{\cos \varphi} \tilde{r} d\tilde{x} d\gamma, \\ c_y = -\frac{1}{\pi} \int_{\tilde{x}_{lo}}^{\tilde{x}_{up}} \int_{\gamma_{lo}}^{\gamma_{up}} K \cos^2 \eta \frac{\cos \alpha_y}{\cos \varphi} \tilde{r} d\tilde{x} d\gamma, \\ c_z = -\frac{1}{\pi} \int_{\tilde{x}_{lo}}^{\tilde{x}_{up}} \int_{\gamma_{lo}}^{\gamma_{up}} K \cos^2 \eta \frac{\cos \alpha_z}{\cos \varphi} \tilde{r} d\tilde{x} d\gamma. \end{cases} \quad (5.21)$$

Запишем выражения для вычисления аэродинамических моментов относительно носка ЛА (начала систем координат)

$$\begin{cases} dM_x = dZ_y - dY_z, \\ dM_y = dX_z - dZ_x, \\ dM_z = -(dY_x - dX_y). \end{cases} \quad (5.22)$$

Знаки в выражениях моментов расставлены в соответствии со вспомогательной схемой (рис. 14), причем в выражении для момента тангажа

необходимо добавить знак “-”, поскольку стабилизирующий (уменьшающий угол атаки) момент принято считать отрицательным.

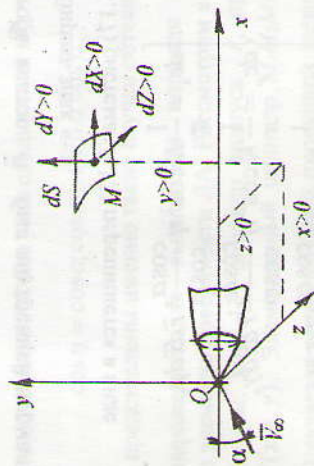


Рис. 14. Схема расстановки знаков в выражениях моментов

Преобразуем уравнения (5.22) на примере выражения для момента тангажа. С учетом (5.9) запишем

$$dM_x = -dF(x \cos \beta_y - y \cos \alpha_x).$$

Для коэффициента момента

$$dm_x = \frac{dM_x}{q_\infty \pi R_M^3 L_{xap} / R_M}, \quad (5.23)$$

где L_{xap} — характерный линейный размер ЛА.

Проведя те же преобразования, что и при выводе системы (5.20), получим

$$dm_x = -\frac{1}{\pi L_{xap}} K \frac{\cos^2 \eta}{\cos \varphi} \tilde{r} (\tilde{x} \cos \beta_y - \tilde{y} \cos \alpha_x) d\tilde{x} d\tilde{y}, \quad (5.24)$$

где $\tilde{L}_{xap} = L_{xap} / R_{xap}$, $\tilde{x}(\tilde{y}, \tilde{z}) = x(y, z) / R_{xap}$.

Принтегрировав выражения для элементарных моментов по выбранному участку поверхности, получим

$$\begin{cases} m_x = \frac{1}{\pi \tilde{L}_{xap}} \int_{\tilde{x}_0}^{\tilde{x}_{ap}} \int_{\tilde{y}_0}^{\tilde{y}_{ap}} K \frac{\cos^2 \eta}{\cos \varphi} \tilde{r} (\tilde{z} \cos \alpha_x - \tilde{x} \cos \gamma_z) d\tilde{x} d\tilde{y}, \\ m_y = \frac{1}{\pi \tilde{L}_{xap}} \int_{\tilde{x}_0}^{\tilde{x}_{ap}} \int_{\tilde{y}_0}^{\tilde{y}_{ap}} K \frac{\cos^2 \eta}{\cos \varphi} \tilde{r} (\tilde{y} \cos \gamma_z - \tilde{z} \cos \beta_y) d\tilde{x} d\tilde{y}, \\ m_z = -\frac{1}{\pi \tilde{L}_{xap}} \int_{\tilde{x}_0}^{\tilde{x}_{ap}} \int_{\tilde{y}_0}^{\tilde{y}_{ap}} K \frac{\cos^2 \eta}{\cos \varphi} \tilde{r} (\tilde{x} \cos \beta_y - \tilde{y} \cos \alpha_x) d\tilde{x} d\tilde{y}. \end{cases} \quad (5.25)$$

Выражения для аэродинамических коэффициентов (5.21) и (5.25) являются универсальными, т.е. справедливы для участка поверхности ЛА любой формы. Чтобы получить значения аэродинамических коэффициентов для всего ЛА в целом, необходимо провести интегрирование по всем составляющим его поверхности участкам. Для каждого участка нужно задать свое уравнение поверхности и, возможно, выбрать свой вид коэффициента K в формуле Ньютона.

Ниже будут рассмотрены примеры преобразования общих уравнений и расчетов аэродинамических коэффициентов характерных поверхностей, образующих корпус летательных аппаратов.

5.2. Аэродинамические характеристики элементарных поверхностей ЛА

Плоский торец. Расчет обтекания плоскости — самый простой вариант реализации метода Ньютона. На рис. 15 представлена геометрия круглого плоского торцевого затупления. В этом случае $\cos \eta = \cos \alpha$. Поскольку коэффициент давления в этом случае — величина постоянная и относительная площадь интегрирования $S = S/S_n = 1$, то для коэффициента продольной силы получается простое аналитическое выражение:

$$c_x = c_p = K \cos^2 \eta = K \cos^2 \alpha. \quad (5.26)$$

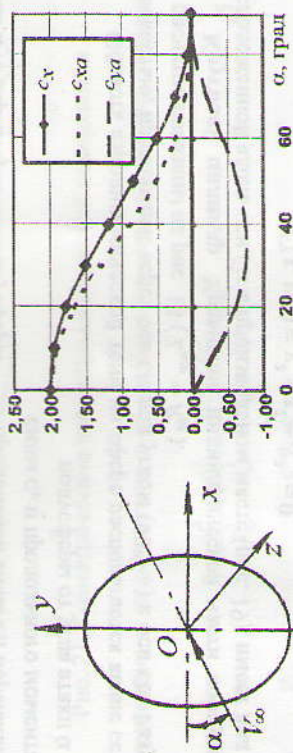


Рис. 15. Геометрия круглого плоского торцевого затупления

Рис. 16. Зависимости коэффициентов продольной силы c_x , силы лобового сопротивления c_{xa} и подъемной силы c_{ya} на плоский торец от угла атаки α

Согласно методу Ньютона, нормальная сила на плоский торец не действует, кроме того, момент относительно точки O будет равен нулю. Зависимости коэффициента продольной силы, силы лобового сопротивления и подъемной силы от угла атаки α представлены на рис. 16.

Полусфера. Как правило, сферические участки поверхности располагаются в носовой части ЛА, поэтому для расчета характеристик полусферы была выбрана система координат, показанная на рис. 17. При таком расположении уравнение сферы будет иметь вид

$$F(x, y, z) = (x - R_{sph})^2 + y^2 + z^2 - R_{sph}^2 = 0, \quad (5.27)$$

направляющие косинусы нормали к элементу сферической поверхности

$$\cos \alpha_x = \frac{R_{sph} - x}{R_{sph}}, \quad \cos \beta_y = \frac{\sqrt{2R_{sph}x - x^2}}{R_{sph}}, \quad \cos \varphi = \frac{z}{R_{sph}}.$$

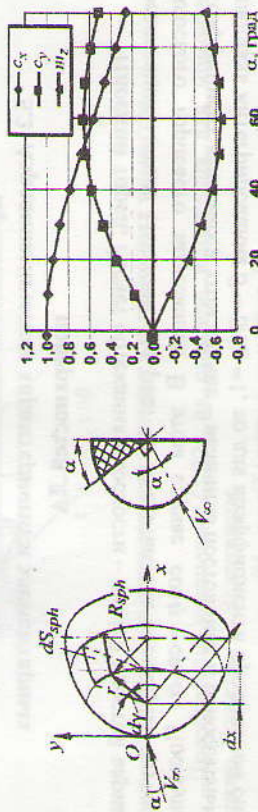
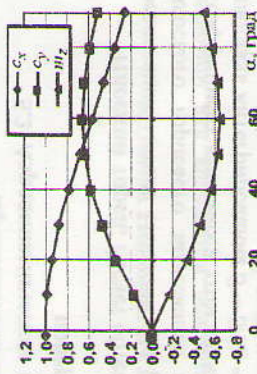


Рис. 17. Система координат для расчета характеристик полусферы

Рис. 18. Зависимости коэффициентов продольной силы C_x , нормальной силы C_y и продольного момента m_z полусферы от угла атаки α



Область аэродинамической тени на сфере располагается выше сечения плоскостью, проходящей через ось Oz под углом $(90^\circ + \alpha)$ к оси Ox . Результаты расчетов показаны на рис. 18 ($L_{xsp} = R_M$).

Круговой цилиндр. Уравнение цилиндрической части корпуса ЛА, расположенной вдоль оси Ox в произвольном месте (рис. 19), имеет вид

$$F(x, y, z) = y^2 + z^2 - R_{cyl}^2 = 0, \quad (5.28)$$

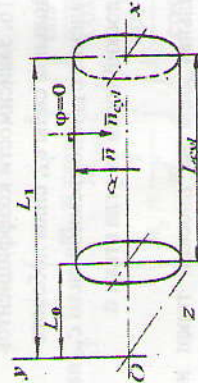


Рис. 19. Геометрия кругового цилиндра

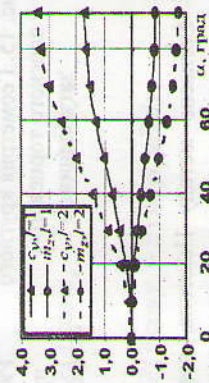


Рис. 20. Зависимости коэффициентов C_x и m_z полусферы кругового цилиндра ($l = 1,2$) от угла атаки α

Из рисунка видно, что $\cos \alpha_x = 0$, $\cos \beta_y = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) = -\sin \gamma$, $\cos \varphi = 1$.

Поскольку $\cos \alpha_x = 0$, то цилиндрический участок корпуса не вносит вклада в продольную составляющую аэродинамической силы. Кроме того, значения коэффициентов нормальной силы и момента тангажа (рис. 20) существенно зависят от удлинения цилиндра $l = L_{cyl}/(2R_{cyl})$.

Моментные характеристики (см. рис. 20) рассчитаны для $L_0 = 0$.

При любом $\alpha \neq 0^\circ$ аэродинамическая тень занимает всю верхнюю половину цилиндра ($0^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$).

Коническая поверхность. Общий случай положения конического сегмента относительно связанной системы координат изображен на рис. 21, а.

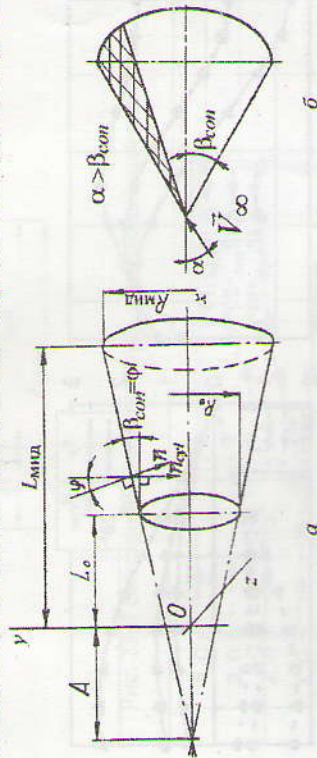


Рис. 21. Геометрические параметры конической поверхности

Его уравнение в соответствии с обозначениями рисунка можно записать в виде

$$\frac{y^2 + z^2}{R_M^2} - \frac{(x - A)^2}{(L_M - A)^2} = 0, \quad (5.29)$$

где $|A| = \frac{R_M}{\tan \beta_{con}} - L_M$, $\tan \beta_{con} = \frac{R_M - R_0}{L_M - L_0}$.

Выражения для частных производных

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{2(x - A)}{(L_M - A)^2}, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{2y}{R_M^2}, \quad \frac{\partial F}{\partial z} = \frac{2z}{R_M^2}. \quad (5.30)$$

При $R_0 \neq 0$ получаем уравнение усеченного конуса, при $A \neq 0$ — уравнение конуса, смещенного относительно начала координат (в данном случае $A < 0$). Направляющие косинусы нормали к элементу конической поверхности и $\cos \varphi$ могут быть получены непосредственно по формулам (5.18) и (5.19). Однако в данном случае, проведя преобразования этих формул

(или исходя из простых геометрических рассуждений), можно получить более простые конечные выражения:

$$\cos \varphi = \cos \beta_{\text{con}}, \quad \cos \alpha_x = \sin \beta_{\text{con}}, \quad \cos \beta_y = -\sin \lambda \cos \beta_{\text{con}}.$$

Аэродинамическая тень на конусе проявляется уже в более сложной форме, чем на цилиндре:

а) при $\alpha \leq \beta_{\text{con}}$ вся поверхность конуса обтекает набегающим потоком;

б) при $\beta_{\text{con}} < \alpha \leq 90^\circ$ (рис. 21, б) тень занимает верхнюю (подветренную) часть конуса с границами по образующим $\gamma_1 = \gamma_{\text{sh}}$ и $\gamma_2 = (\pi - \gamma_{\text{sh}})$, где угол γ_{sh} при изменении α меняется соответственно в пределах $90^\circ > \gamma_{\text{sh}} \geq 0^\circ$.

АДХ острых конусов с различными полууглами раствора ($\beta_{\text{con}} = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$), полученных по формуле Ньютона, представлены на рис. 22.

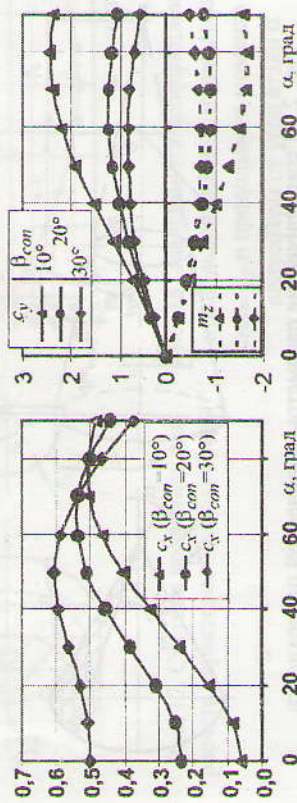


Рис. 22. Зависимости коэффициентов C_x и C_y острого конуса ($\beta_{\text{con}} = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$) от угла атаки α .

Цилиндр с плоским и сферическим затуплением. Для цилиндра, затупленного по плоскости, аэродинамические характеристики могут быть получены непосредственным суммированием результатов для плоского торца (рис. 15 и 16) и цилиндрической поверхности (рис. 19 и 20). Это возможно потому, что, во-первых, исходные системы координат обеих поверхностей совпадают, а во-вторых, характерная длина цилиндра не изменяется. У такого тела сопротивление ζ , как у плоского торца, а коэффициенты ζ_x и m_z , как у цилиндрической поверхности.

Для цилиндра, затупленного по сфере (рис. 23), перед суммированием необходимо пересчитать: моментные характеристики цилиндрической поверхности с учетом дополнительного расстояния $R_{\text{sph}} = R_{\text{cyl}}/2$ от начала координат и новой длины тела $L_{\text{zup}} = R + L_{\text{cyl}}$; моментные характеристики сферической поверхности с учетом новой длины L_{zup} .

Таким образом, формула суммирования будет иметь вид

$$m_{z\Sigma} = m_{z\text{sph}} R/L_{\text{zup}} + m_{z\text{cyl}} (L_{\text{cyl}}/2 + R) \cdot \frac{(L_{\text{cyl}}/2 + R)}{L_{\text{cyl}}/2}.$$

Например, для $R = 0,5$ и $L_{\text{cyl}} = 1$ получим

$$m_{z\Sigma} = \frac{1}{3} m_{z\text{sph}} + \frac{4}{3} m_{z\text{cyl}}.$$

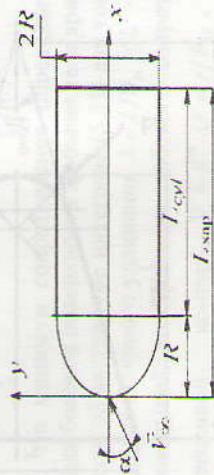


Рис. 23. Геометрические параметры конической поверхности

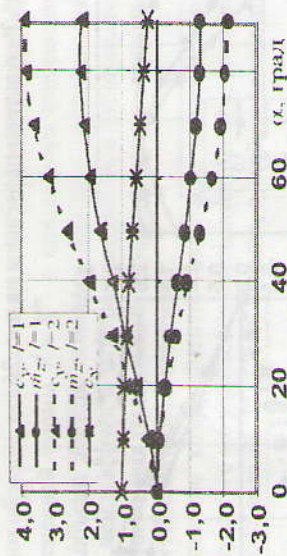


Рис. 24. Зависимости коэффициентов C_x , m_z затупленного по сфере цилиндра ($l = 1, 2$) от угла атаки α

Другие аэродинамические коэффициенты можно складывать непосредственно. Результаты представлены на рис. 24, где $l = L_{\text{cyl}}/(2R)$ — удлинение цилиндрической части.

Конус со сферическим затуплением. Геометрические параметры затупленного по сфере конуса представлены на рис. 25.

При заданном β_{con} и диаметре донного среза все остальные размеры определяются через параметр $\lambda = L_{\text{zup}}/L_{\text{con}}$.

Получить характеристики такого тела, складывая (с поправочными коэффициентами) характеристики элементарных поверхностей, практически

невозможно. Поэтому АДХ затупленного конуса рассчитывались по отдельной программе.

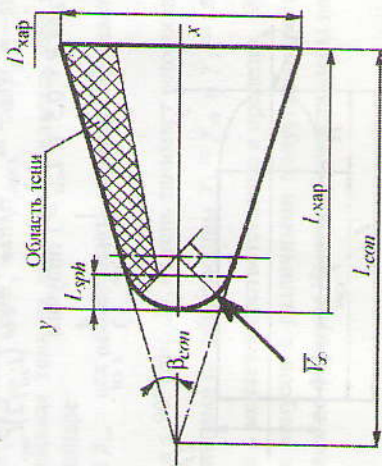


Рис. 25. Геометрические параметры конуса со сферическим затуплением

Для иллюстративных расчетов были выбраны значения $\lambda = 1; 0,7$ и $0,5$, а также $\beta_{\text{кон}} = 10^\circ$. Результаты приведены на рис. 26.

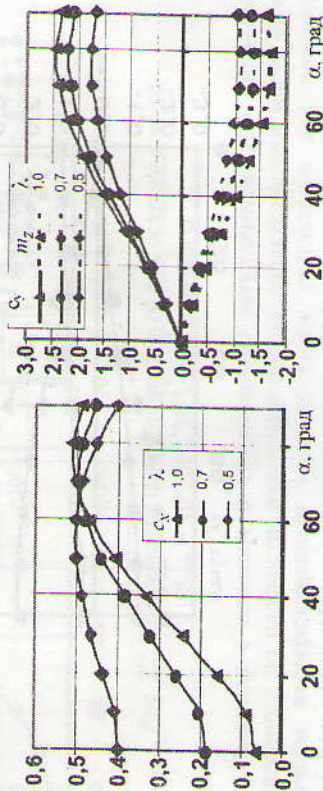


Рис. 26. Зависимости коэффициентов C_x, C_y, m_z конуса со сферическим затуплением ($\lambda = 0,5; 0,7; 1,0$) от угла атаки α

5.3. Тело вращения наименьшего волнового сопротивления

Точное решение задачи об оптимальных формах тел вращения в сверхзвуковом потоке пока не найдено, несмотря на большое количество работ, посвященных этой теме. Одним из способов приближенного решения этой задачи является использование модифицированной формулы Ньютона.

Преобразуем интеграл (5.6), отнеся все линейные размеры к одной величине — радиусу мишени R_M :

$$c_{xa} = 2 \int_0^L \bar{r} \bar{r}' \bar{g} \beta d\bar{x},$$

где $\bar{L} = L/R_M$, $\bar{r} = r/R_M$, $\bar{x} = x/R_M$.

Учитывая, что $\bar{r} = k \sin^2 \beta$, а $\bar{g} \beta = d\bar{r}/d\bar{x} = \bar{r}'$, получаем:

$$c_{xa} = 2k \int_0^L \bar{r} \sin^2 \beta \bar{g} \beta d\bar{x} = 2k \int_0^L \frac{\bar{r} \bar{r}'^3}{1 + \bar{r}'^2} d\bar{x}. \quad (5.31)$$

Принимают, что минимум сопротивления определяется из условия постоянства площади боковой поверхности и объема тела вращения.

Решение задачи об экстремуме интеграла (5.31) для тонких тел вращения показывает, что для заданного удлинения $\lambda = L/D_M$ (L — длина тела) без учета трения наименьший коэффициент лобового сопротивления имеет оптимальный степенной контур $\bar{r} = \bar{x}^m$ ($\bar{r} = r/R_M$, $\bar{x} = x/R_M$) с показателем степени $m = 0,75$. Поправка с учетом толщины дает обвод с более заполненным носком; так, например, при удлинении тела $\lambda = 2$ оптимальный контур близок к степенному с показателем $m = 0,625$. Эти данные подтверждены и экспериментом [6].

Таким образом, исследования показали, что при одинаковом удлинении λ тела степенной формы $\bar{r} = \bar{x}^m$ с показателем степени $m = 0,60 \dots 0,75$ при большем объеме должны обладать лобовым сопротивлением, значительно меньшим, чем у конуса и заостренных тел типа параболы или оживала. Кроме того, они имеют также малый коэффициент теплопередачи, что особенно важно при гиперзвуковых скоростях.

Отношение коэффициентов волнового сопротивления оптимального тела и конуса того же удлинения составляет приблизительно 0,844. При этом объем такого тела на 25...30 % больше, а теплопередача значительно меньше.

6. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА СИЛ И МОМЕНТОВ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ И ПАРАЛЛЕЛЬНОМ СОЕДИНЕНИИ СТУПЕНЕЙ

Рассмотрим аэродинамические характеристики для ракет-носителей при последовательном соединении ступеней. Требования практического проектирования могут не совпадать с рассмотренными ранее геометрическими параметрами. В связи с этим возникает проблема расчета аэродинамических характеристик для любых геометрических форм проектируемой ракеты-носителя.

Теоретические методы расчета аэродинамических сил и моментов, действующих на тела вращения, можно надежно использовать при сверхзвуковых скоростях. Для практики весьма желательно иметь хотя бы приближенные методы оценки аэродинамических характеристик не только

при сверхзвуковых, но и при дозвуковых и в особенности при трансзвуковых скоростях.

Аэродинамические характеристики тел вращения, образованных цилиндрическими и коническими поверхностями, могут быть представлены в виде суммы коэффициентов соответствующих отдельных частей [3]:

$$\begin{aligned}
 C_{x0} &= A C_{x0,k1+n1} \frac{d^2}{D^2} + B C_{x0,k2} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) + B C_{x0,n2}, \\
 C_y^\alpha &= A C_{y,k1+n1}^\alpha \frac{d^2}{D^2} + B C_{y,k2}^\alpha \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) + B C_{y,n2}^\alpha, \\
 m_z^\alpha &= A m_{z,k1+n1}^\alpha \frac{d^2}{D^2} + C_{y,k2}^\alpha \frac{l_{k1+n1}}{l} + C_{y,k2}^\alpha \left(\bar{x}_{k2} \frac{l_{k2}}{l} + \frac{l_{k1+n1}}{l} \right) + \\
 &+ C_{y,n2}^\alpha \left(\bar{x}_{n2} \frac{l_{n2}}{l} + \frac{l_{k1+n1}}{l} \right),
 \end{aligned} \quad (6.1)$$

где $C_{x0,k1+n1}$, $C_{y,k1+n1}^\alpha$, $m_{z,k1+n1}^\alpha$ — аэродинамические характеристики тела вращения, состоящего из головного конуса с полууглом θ_{k1} и цилиндра с удлинением λ_{k1} ; $C_{x0,k2}$, $C_{y,k2}^\alpha$ — аэродинамические коэффициенты усеченного конуса с полууглом θ_{k2} ; $C_{x0,n2}$ — $C_{x0,k2+n2}$, $C_{y,n2}^\alpha = C_{y,k2+n2}^\alpha - C_{y,k2}^\alpha$ — аэродинамические коэффициенты кормового цилиндра.

Значения этих коэффициентов для отдельных частей составного тела вращения следует брать по графикам, приведенным выше, или по другим экспериментальным данным; $\bar{x}_{k2} = x_{k2}/l_{k2}$ — относительное расстояние от начала усеченного конуса до его центра давления; $\bar{x}_{n2} = x_{n2}/l_{n2}$ — относительное расстояние от начала кормового цилиндра до его центра давления; l — полная длина тела вращения; коэффициент $A \approx 1$ для $\lambda_{k1} \geq 2$; коэффициент B , $B = f(M)$, берется по зависимости $B = \sqrt{1 - d^2/D^2}$ (рис. 27); $M > 2$ при $B = 1 - d^2/D^2$; коэффициент $C_{y,n2}^\alpha$ — при определении $\lambda_{k1} > 2$ и коэффициент $B = 1$ — при определении $C_{x0,n2}$.

Положение центра давления усеченного конуса

$$\bar{x}_{k2} = \frac{2 - \frac{d}{D} \left(1 + \frac{d}{D} \right)}{3 \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right)}.$$

Положение центра давления кормового цилиндра определяется по зависимостям $\bar{x}_{n2} = f(M)$ (см. рис. 27).

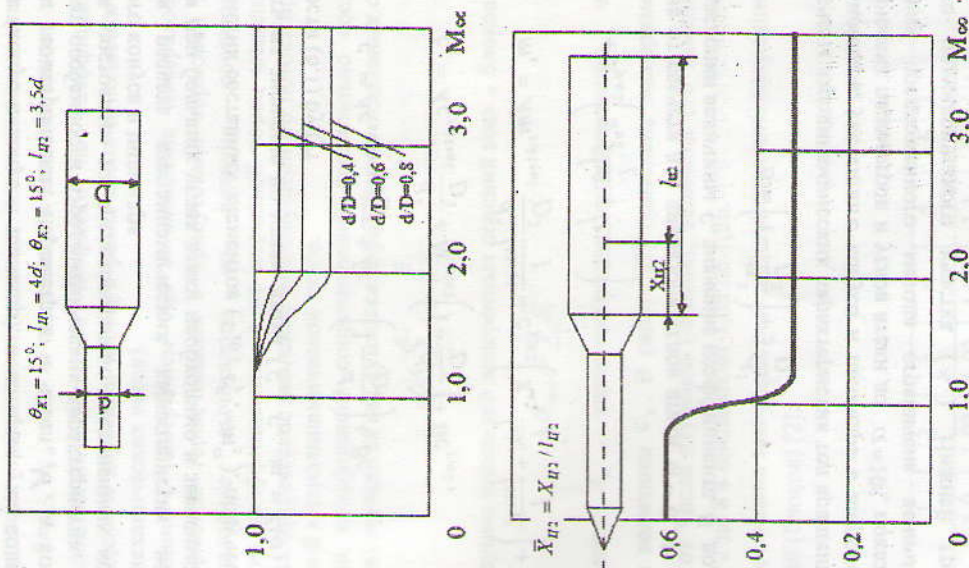


Рис. 27. Зависимость расчетного коэффициента $B = f(M_\infty)$ и положения центра давления заднего цилиндрического участка в функции числа M_∞ при наличии перед ним переднего цилиндрического участка с кормовым конусом

При малых углах атаки ($\alpha = 0 \dots 4^\circ$) расчетные значения аэродинамических характеристик, полученных предлагаемым методом, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными во всем диапазоне чисел M . Это обусловлено тем, что в расчетах используются в качестве исходных данных аэродинамические характеристики простых тел

вращения (конус и конус — цилиндр), в которых уже содержится влияние основных геометрических параметров и чисел M , а коэффициенты (и) учитывают особенности аэродинамических характеристик, присущие телам вращения, состоящим из последовательно соединенных конуса, цилиндра, усеченного конуса и цилиндра.

Для расчета аэродинамических характеристик исследуемых тел вращения при больших углах атаки необходимо в зависимости (6.1) вместо характеристик составных элементов (C_{x0} , C_y^a , m_z^a), полученных при $\alpha = 0$, принимать их значение по углам атаки (C_x , C_y , $m_z = f(\alpha)$). В этом случае зависимости (6.1) будут

$$\begin{aligned} C_x &= AC_{x0,k1+n1} \frac{d^2}{D^2} + Bc_{x,k2} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) + Bc_{x,n2}, \\ C_y &= AC_{y,k1+n1} \frac{d^2}{D^2} + Bc_{y,k2} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) + Bc_{y,n2}, \\ m_z &= Am_{z,k1+n1} \frac{d^2}{D^2} + c_{y,k2} \left(\bar{x}_{k2} \frac{l_{k2}}{l} + \frac{l_{k1+n1}}{l} \right) + \\ &+ c_{y,n2} \left(\bar{x}_{n2} \frac{l_{n2}}{l} + \frac{l_{k1+n1}}{l} \right). \end{aligned} \quad (6.2)$$

В отличие от расчета для диапазона углов атаки $\alpha = 0 \dots 4^\circ$ в данном случае при определении величины C_y значение коэффициента B должно быть

$$B = \left(1 - \frac{\alpha^2}{D^2} \right) + 3 \frac{d^2}{D^2} \alpha.$$

Расчеты аэродинамических характеристик тел вращения, состоящих из конуса-цилиндра, усеченного конуса и цилиндра в широком диапазоне их геометрических параметров и углов атаки до $\alpha = 10^\circ$, показали, что область применения предложенного метода ограничена величиной удлинения переднего цилиндрического участка (λ_{n1}). Нижней границей области применения является удлинение $\lambda_{n1} \geq 2$.

Экспериментальные исследования моделей, представляющих ракеты, составленные из параллельно соединенных ступеней (так называемые "пакетные" схемы), проводились в диапазоне чисел M_∞ от 0,7 до 6 и чисел Рейнольдса (отнесенных к длине модели) от $5 \cdot 10^6$ до $20 \cdot 10^6$. Во всех случаях модели испытывались на хвостовой державке. Углы атаки изменялись в пределах от $\alpha = -2^\circ$ до $\alpha = 14^\circ$, то есть в диапазоне возможных углов атаки ракеты-носителя на участке выведения.

При определении аэродинамических коэффициентов силы и моменты относились к скоростному напору невозмущенного потока к площади мицеля модели (сумма площадей поперечного сечения центрального и боковых

блоков). Коэффициент продольного момента подсчитывался относительно носика модели ($x_{y,м} = y_{y,м} = 0$) и относился к полной длине модели. В результате исследований вводились поправки на коэффициент поля, деформацию модели и державки и обдув рамы весов и подвески (в случае использования механических весов).

Одновременно с измерением сил и моментов измерялось донное давление на кормовой торце модели в присутствии кормовой державки. Измеренное давление вычиталось из величин соответствующих аэродинамических коэффициентов, а на кормовой торце модели условно распространялось статическое давление невозмущенного потока при данном режиме испытаний в аэродинамической трубе.

Суммарный коэффициент сопротивления параллельно соединенных ступеней (блоков) находится как сумма коэффициентов отдельных ступеней:

$$C_x = k_c \sum_{i=1}^n C_{xi} \frac{S_i}{S_{мод}},$$

где $S_{мод}$ — это сумма площадей поперечных сечений всех n блоков:

$$S_{мод} = \sum_{i=1}^n S_i.$$

Коэффициент k_c характеризует интерференцию элементов комбинации для величины C_x . В работе [2] приведена экспериментальная зависимость k_c от числа ступеней (блоков), величина его изменяется при изменении n от 2 до 8 в пределах от 1,03 до 1,26.

В табл. 5 приведена зависимость коэффициента интерференции k_c от числа n ступеней (блоков) [2]:

Таблица 5

n	1	2	3	4	5	6	8
k_c	1,0	1,03	1,03	1,04	1,1	1,2	1,26

При расчете параллельно расположенных блоков коэффициент C_y^a такой компоновки находится как сумма C_{yi} отдельных блоков:

$$C_y^a = k_c \sum_{i=1}^n C_{yi}^a \left(\frac{S_{mi}}{S_{мод}} \right).$$

Здесь S_{mi} – площадь мишени i -го блока; $S_{мио}$ – площадь всех n блоков:

$$S_{мио} = \sum_{i=1}^n S_{mi}; \quad k_{cy} - \text{коэффициент интерференции находится согласно рекомендациям [3] как зависимости от числа Маха } M.$$

В соответствии с [3] для схемы РН с боковыми блоками (их число n) на центральном корпусе при $n \geq 4$ приближенно можно положить

$$k_{cy} = 2\bar{l}_e + 0,077(1 - M).$$

Для трехблочной схемы ($n=3$) (при расположении блоков по оси OZ) приближенно примем

$$k_{cy} = 3\bar{l}_e + 0,11(1 - M).$$

Для компоновки из двух блоков ($n=2$) (при расположении блоков вдоль оси OZ) приближенно примем

$$k_{cy} = 1,6\bar{l}_e + 0,1(1 - M).$$

Для трехблочной схемы ($n=3$) при расположении блоков равномерно по центральному углу, равному 120° , примем

$$k_{cy} = 2\bar{l}_e + 0,077(1 - M).$$

Здесь $\bar{l}_e = l_e/L$, l_e – длина блока, L – длина ракеты.

7. СРАВНЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ РАСЧЕТОВ АДХ ПО РАЗРАБОТАННЫМ АНАЛИТИЧЕСКИМ ЗАВИСИМОСТЯМ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Проведены расчеты АДХ моноблочной компоновки по разработанным приближенным методикам и сравнение с результатами экспериментов [3]. В табл. 6 проводится сравнение расчетов с экспериментом для компоновки, приведенной на рис. 1,а, в табл. 7 – для компоновки, приведенной на рис. 1,б.

Таблица 6

	M											
	0,8		1,0		1,25		1,75		2		3	
	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.
C_x	0,19	0,14	0,31	0,30	0,42	0,40	0,30	0,32	0,28	0,29	0,25	0,24
C_x^a	0,036	0,040	0,036	0,041	0,038	0,042	0,040	0,045	0,040	0,046	0,040	0,041
$l/\text{град}$												

Таблица 7

	M											
	0,8		1,0		1,25		1,75		2		3	
	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.
C_x	0,27	0,23	0,42	0,37	0,53	0,56	0,54	0,53	0,52	0,50	0,50	0,49
C_x^a	0,106	0,115	0,108	0,122	0,116	0,130	0,132	0,140	0,140	0,160	0,130	0,125
$l/\text{град}$												

Из приведенного сравнения можно сделать вывод о том, что расчет по приближенным аналитическим зависимостям удовлетворительно соответствует экспериментальным данным.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Краснов, Н.Ф. Аэродинамика ракет / Н.Ф. Краснов, В.Н. Кошевой, А.Н. Данилов, В.Ф. Захарченко. — М.: Высш. шк., 1968. — 772 с.
2. Петров, К.П. Аэродинамика тел простейшей формы. — М.: Факториал, 1998. — 432 с.
3. Петров, К.П. Аэродинамика транспортных космических систем. — М.: Эдиториал УРСС, 2000. — 368 с.
4. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя. — М., 1974. — 711 с.
5. Краснов, Н.Ф. Аэродинамика тел вращения. — М.: Машиностроение, 1964. — 572 с.
6. Аэромеханика сверхзвукового обтекания тел вращения степенной формы / Под ред. Г.Л. Гродзовского. М.: Машиностроение, 1975. — 184 с.
7. Голубев, А.Г. Аэродинамика / А.Г. Голубев, В.Т. Калутин, А.Ю. Луценко, В.О. Москаленко, Е.Г. Столярова, А.И. Хлупнов, П.А. Черлуха. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 688 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Общие зависимости для аэродинамических коэффициентов	5
2. Аппроксимационные формулы для коэффициентов осевой силы сопротивления C_x и нормальной силы C_y	6
2.1. Сопротивление силы давления острого конуса $C_{xk \text{ остр}}$	7
2.2. Коэффициент сопротивления силы давления сферического притупления $C_{x \text{ сф}}$	9
2.3. Коэффициент сопротивления силы давления притупленного конуса $C_{x \text{ прит}}$	12
2.4. Коэффициент сопротивления донной осевой силы и силы трения	12
2.5. Коэффициент нормальной силы C_y	13
3. Эмпирические соотношения для определения АДХ простейших тел вращения при сверхзвуковых скоростях полета	14
4. Расчетные данные по обтеканию конуса сверхзвуковым потоком	
4.1. При обтекании конуса, ось которого совпадает с направлением набегающего потока	19
4.2. При обтекании конуса под углом атаки	25
5. Аэродинамические характеристики элементарных поверхностей летательных аппаратов, рассчитанные по методу Ньютона	29
5.1. Общая форма записи формулы Ньютона	29
5.2. Аэродинамические характеристики элементарных поверхностей ЛА	37
5.3. Тело вращения наименьшего волнового сопротивления	42
6. Приближенные методы расчета сил и моментов при последовательном и параллельном соединении ступеней	43
7. Сравнение приближенных расчетов АДХ по разработанным аналитическим зависимостям с результатами экспериментов	48
8. Библиографический список	50

Учебное издание

Дегтярь Владимир Григорьевич,
Пегов Валентин Иванович

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ
АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ
СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Учебное пособие

Техн. редактор А.В. Миних

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 25.05.2015. Формат 60×84 1/16. Печать трафаретная.
Усл. печ. л. 3,02. Тираж 150 экз. Заказ 659.