

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Южно-Уральский государственный университет
Филиал в г. Миассе
Кафедра «Гидравлика и теплотехника»

621.311.22

В.Г. Зезин

**ДИНАМИКА И РЕГУЛИРОВАНИЕ
ГИДРОПНЕВМОСИСТЕМ**

Учебное пособие

Челябинск
Издательство ЮУрГУ
2011

1. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕГУЛИРУЕМОГО ПРИВОДА

1.1. Нагрузочные и регулировочные характеристики гидроприводов

Основными энергетическими параметрами привода являются давление и объемный либо массовый расход рабочей среды, которые определяют мощность привода, развиваемую на выходном звене. Выбор значений этих параметров зависит от ряда условий и, в первую очередь – от способа регулирования, как исполнительного двигателя привода, так и источника питания. От способа регулирования зависит и эффективность использования мощности, потребляемой источником питания, то есть КПД привода. Проанализируем эти параметры для различных схем регулируемых приводов. 65

Гидропривод с дроссельным регулированием при параллельном включении дросселя (рис.1.1).

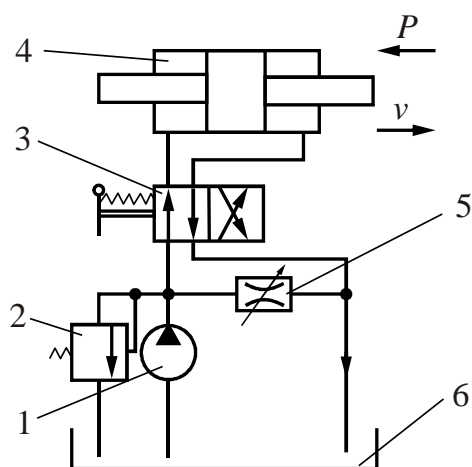


Рис. 1.1. Гидропривод с дроссельным регулированием скорости при параллельном включении дросселя

Расход Q_{Γ} , поступающий в гидроцилиндр 4, равен:

$$Q_{\Gamma} = Q_{\text{н}} - Q_{\text{др}}. \quad (1.1)$$

где $Q_{\text{н}}$ – подача нерегулируемого насоса 1; $Q_{\text{др}}$ – расход, сливающийся через регулируемый гидродроссель 5 в бак 6.

Расход $Q_{\text{др}}$ определяется по формуле

$$Q_{\text{др}} = \mu S_{\text{др}} \sqrt{2\Delta p_{\text{др}} / \rho}, \quad (1.2)$$

где μ – коэффициент расхода гидродросселя; $S_{\text{др}}$ – площадь проходного сечения гидродросселя; ρ – плотность рабочей жидкости; $\Delta p_{\text{др}}$ – перепад давления на гидродросселе, который определяется величиной внешней нагрузки и силой трения в гидроцилиндре P , то есть

$$\Delta p_{\text{др}} = \frac{P}{S_{\text{п}}}, \quad (1.3)$$

где $S_{\text{п}}$ – рабочая площадь поршня гидроцилиндра.

Следовательно, скорость движения поршня гидроцилиндра в данном случае равна:

$$v = \frac{Q_{\Gamma}}{S_{\Pi}} = \frac{1}{S_{\Pi}} \left(Q_{\text{н}} - \mu S_{\text{др}} \sqrt{\frac{2P}{\rho S_{\Pi}}} \right) \quad (1.4)$$

Из полученной формулы видно, что, действительно, величина скорости движения выходного звена в таком гидроприводе регулируется в результате изменения площади проходного сечения регулируемого гидродросселя $S_{\text{др}}$.

Основными характеристиками регулируемых гидроприводов являются **регулирующая и нагрузочная (механическая) характеристики**.

Регулирующая характеристика – это графическая зависимость регулируемой величины от параметра регулирования (в данном случае $v = f(S_{\text{др}})$) при постоянном значении внешней нагрузки.

Регулирующая характеристика объемного гидропривода с дроссельным регулированием при параллельном включении дросселя приведена на рис. 1.2, а.

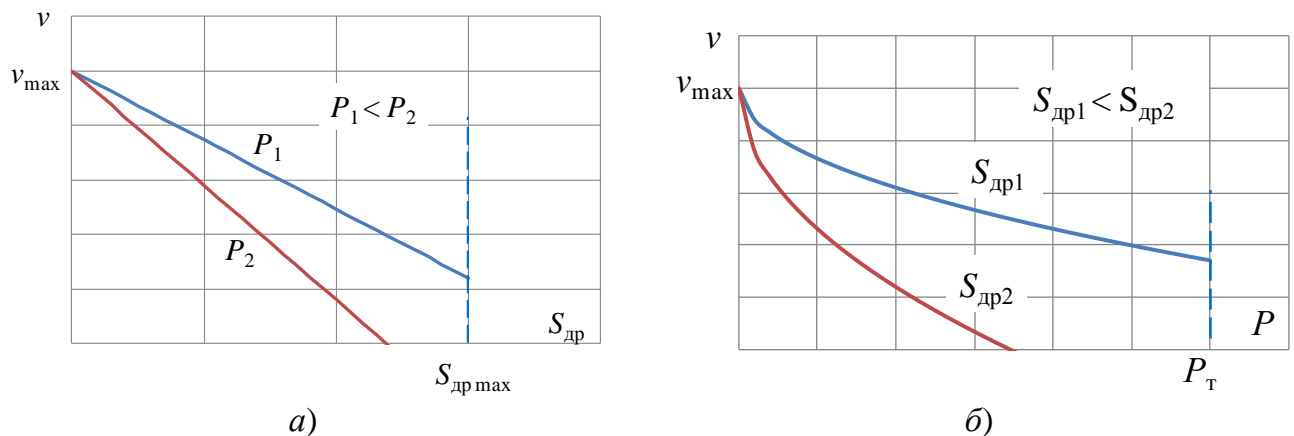


Рис. 1.2. Регулирующая (а) и нагрузочная (б) характеристики гидропривода с дроссельным регулированием скорости при параллельном включении дросселя

Графическая зависимость регулируемой величины (скорости) от величины внешней преодолеваемой нагрузки (в данном случае $v = f(P)$) при постоянном значении параметра регулирования получила название «нагрузочная», или «механическая характеристика».

Нагрузочная характеристика объемного гидропривода с дроссельным регулированием при параллельном включении дросселя приведена на рис. 1.2, б.

В рассматриваемом гидроприводе давление $p_{\text{н}}$ на выходе насоса 1 зависит от нагрузки P и не является постоянной величиной, поэтому гидропривод с такой системой регулирования скорости называют *гидроприводом с переменным давлением питания*. Клапан 2, установленный в гидросистеме на выходе насоса, в этом случае является предохранительным.

Одним из недостатков таких гидроприводов является то, что в них система регулирования позволяет управлять скоростью только в случае, если направление действия внешней нагрузки противоположно направлению движения выходного звена гидропривода (нагрузка создает сопротивление движению выходного звена). Этот недостаток исключает использование данного способа регулирования

скорости в гидроприводах, где, например, по условию технологического процесса необходимо обеспечить в какой-то момент времени уменьшение скорости движения поршня гидроцилиндра, нагруженного некоторой массой. В этом гидроприводе уменьшение скорости будет происходить со значительным запаздыванием, так как на поршень гидроцилиндра будет действовать помогающая нагрузка (сила инерции), направление действия которой совпадает с направлением движения поршня.

Гидропривод с дроссельным регулированием скорости при последовательном включении дросселя (рис. 1.3).

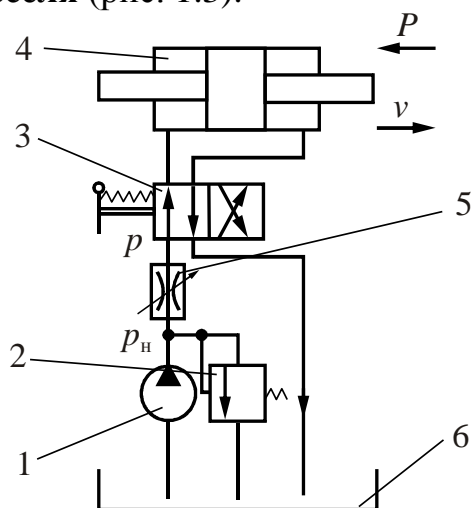


Рис. 1.3. Гидропривод с дроссельным регулированием скорости при последовательном включении дросселя на входе в гидродвигатель

Так как гидродроссель 5 и гидроцилиндр 4 включены последовательно, то расход Q_{Γ} , поступающий в гидроцилиндр 4, равен расходу, проходящему через регулируемый гидродроссель 5, то есть

$$Q_{\Gamma} = Q_{\text{др}} = \mu S_{\text{др}} \sqrt{\frac{2\Delta p_{\text{др}}}{\rho}} \quad (1.5)$$

где $\Delta p_{\text{др}}$ – перепад давления на гидродросселе 5 находится по формуле

$$\Delta p_{\text{др}} = p_n - p = p_n - \frac{P}{S_{\Pi}}, \quad (1.6)$$

где p_n – давление на выходе насоса; поддерживается постоянным при помощи переливного клапана 2; p – давление в рабочей полости гидроцилиндра 4 (на выходе из регулируемого дросселя 5), которое определяется внешней нагрузкой P на штоке гидроцилиндра 4*.

Скорость движения поршня гидроцилиндра 4 равна

$$v = \frac{Q_{\Gamma}}{S_{\Pi}} = \mu \frac{S_{\text{др}}}{S_{\Pi}} \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_n - \frac{P}{S_{\Pi}} \right)} \quad (1.7)$$

* В данном и следующем разделе под давлением понимается избыточное давление.

На рис. 1.4, *а* и *б* приведены регулировочная и механическая характеристики данного привода, построенные в соответствии с формулой (1.7).

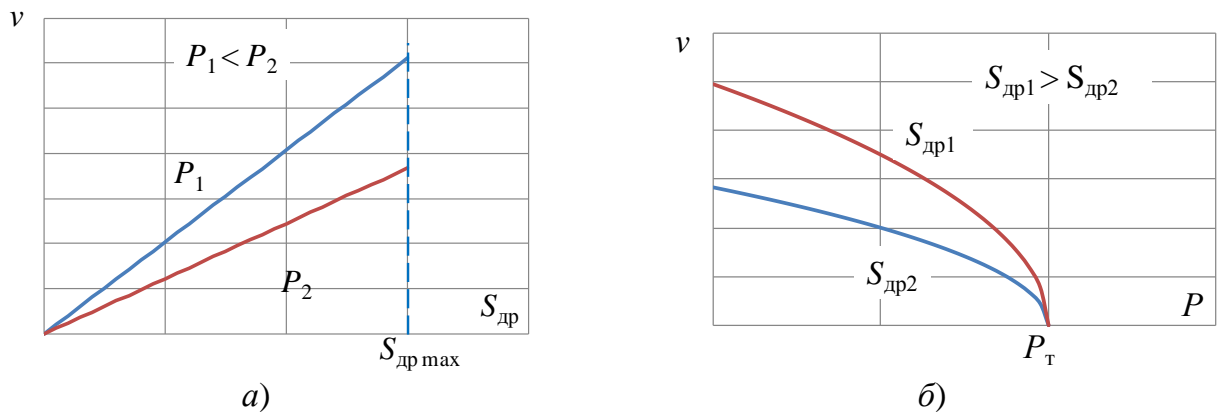


Рис. 1.4. Регулировочная (*а*) и нагрузочная (*б*) характеристики гидропривода с дроссельным регулированием скорости при последовательном включении дросселя

Следует отметить, что гидропривод с дросселем 5 на входе в гидродвигатель 4 (рис. 1.3), так же как и гидропривод с параллельным включением дросселя, допускает регулирование скорости выходного звена *только при нагрузке на нем, направленной против движения*.

Поэтому в гидроприводах, работающих в условиях знакопеременной нагрузки, для обеспечения в них надежного регулирования скорости выходного звена рекомендуется установка гидродросселя 5 на выходе из гидродвигателя 4 (рис. 1.5, *а*) или одновременно на входе и на выходе. Последний вариант получается, если в гидроприводе используется дросселирующий гидрораспределитель 3 (рис. 1.5, *б*), в котором при смещении золотника происходит одновременное изменение проходных сечений для потоков рабочей жидкости, поступающего в гидроцилиндр 4 и сливающегося из него. Эти проходные сечения и играют роль соответствующих регулируемых гидродросселей.

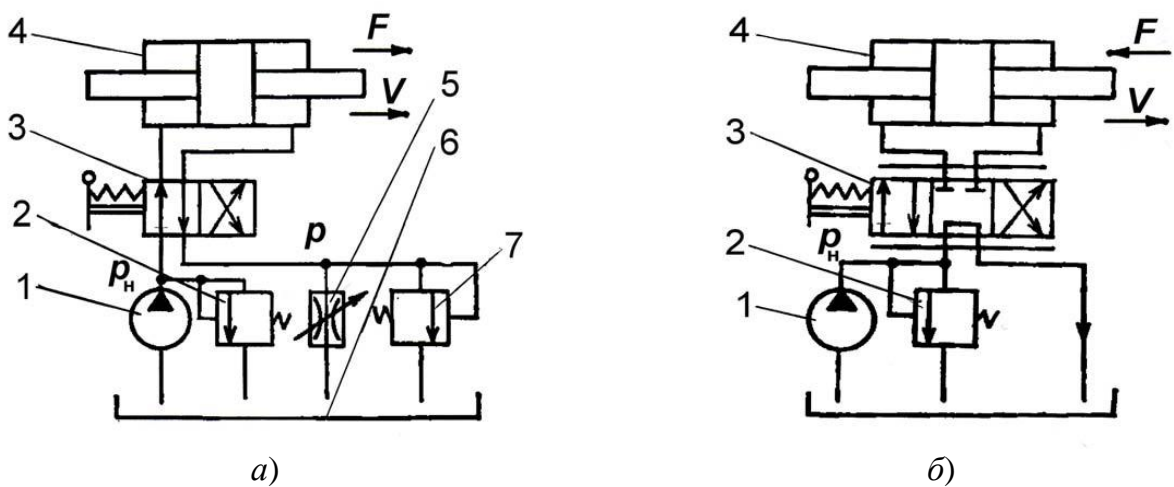


Рис. 1.5. Гидропривод с дроссельным регулированием скорости:
а – при последовательном включении дросселя на входе в гидродвигатель;
б – при использовании дросселирующего гидрораспределителя

Получим характеристики для данных схем приводов. Уравнение (1.5) для рассматриваемых случаев остается справедливым. В гидроприводе, схема которого приведена на рис. 1.4, а, перепад $\Delta p_{др}$ с учетом принятых допущений численно равен давлению p на выходе из гидроцилиндра. Если учесть, что в другую полость гидроцилиндра при этом поступает давление нагнетания, равное давлению насоса p_n , то, записав уравнение равновесия поршня гидроцилиндра 4

$$p_n S_{\Pi} = P + p S_{\Pi}, \quad (1.8)$$

получим

$$\Delta p_{др} = p = p_n - \frac{P}{S_{\Pi}}. \quad (1.9)$$

Как видим, формула, определяющая перепад давления на регулируемом гидродросселе, получилась такой же, как и в случае установки его на входе в гидроцилиндр, а значит, в этом случае также справедлив и полученный ранее закон изменения скорости (1.7). Отличие заключается в том, что механическую характеристику гидропривода в случае установки гидродросселя на выходе гидроцилиндра следует строить не только в области положительных значений нагрузки P , но и в отрицательной области (рис. 1.6).

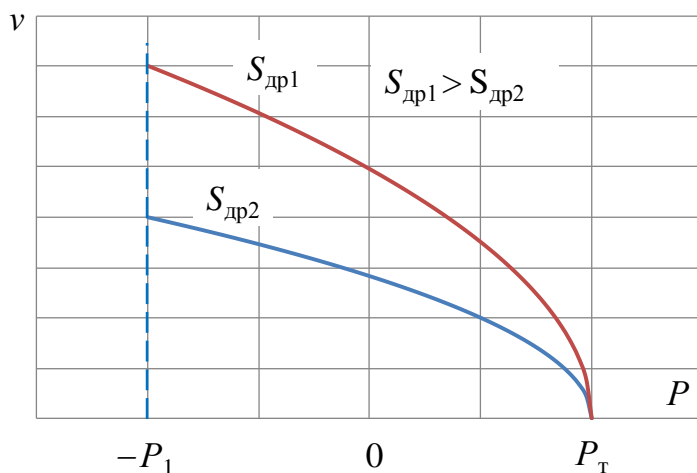


Рис. 1.6. Нагрузочная характеристика гидропривода с дроссельным регулированием скорости при последовательном включении дросселя на выходе из гидродвигателя

Максимальное значение помогающей нагрузки P_1 , до которой возможно регулирование скорости движения поршня гидроцилиндра, ограничено давлением настройки предохранительного клапана 7, включенного параллельно регулируемому гидродросселю 5.

При анализе гидропривода, схема которого приведена на рис. 1.4, б, предположим, что дросселирующие окна в дросселирующем гидрораспределителе 3, через которые жидкость поступает в гидроцилиндр и сливается из него, создают одинаковое сопротивление потоку рабочей жидкости. Значит, перепад давления на каждом из них при одинаковом расходе одинаков $\Delta p_{др1} = \Delta p_{др2} = \Delta p_{др}$. Тогда с учетом принятых допущений из уравнения равновесия поршня гидроцилиндра 4

$$(p_H - \Delta p_{др}) S_{\Pi} = P + \Delta p_{др} S_{\Pi} \quad (1.10)$$

получим

$$\Delta p_{др} = \frac{1}{2} \left(p_H - \frac{P}{S_{\Pi}} \right). \quad (1.11)$$

Таким образом, в этом случае закон изменения скорости движения поршня гидроцилиндра имеет вид

$$v = \frac{Q_{г}}{S_{\Pi}} = \mu \frac{S_{др}}{S_{\Pi}} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(p_H - \frac{P}{S_{\Pi}} \right)}. \quad (1.12)$$

Следовательно, в случае использования дросселирующего гидрораспределителя при прочих равных условиях скорость поршня гидроцилиндра будет в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем при использовании одного гидродросселя.

Во всех трех рассмотренных случаях система регулирования скорости базируется на условии поддержания постоянного значения p_H на выходе нерегулируемого насоса 1 за счет слива части его подачи переливным клапаном 2. Такие гидроприводы получили название «гидроприводы с постоянным давлением питания».

Недостатком всех рассмотренных вариантов гидроприводов с дроссельным регулированием является зависимость скорости выходного звена от нагрузки на нем. В таких случаях говорят о том, что гидропривод имеет «нежесткую» нагрузочную характеристику. Повысить «жесткость» нагрузочной характеристики (уменьшить степень зависимости скорости выходного звена от нагрузки на нем) гидропривода с дроссельным регулированием можно за счет использования так называемых *систем стабилизации скорости* (при помощи *дроссельных регуляторов расхода* рабочей жидкости).

Гидропривод с объемным (машинным) регулированием. При объемном способе регулирования скорость движения выходного звена гидропривода изменяется за счет изменения рабочего объема либо насоса, либо гидромотора, либо за счет изменения рабочих объемов обеих гидромашин, как показано на рис. 1.7.

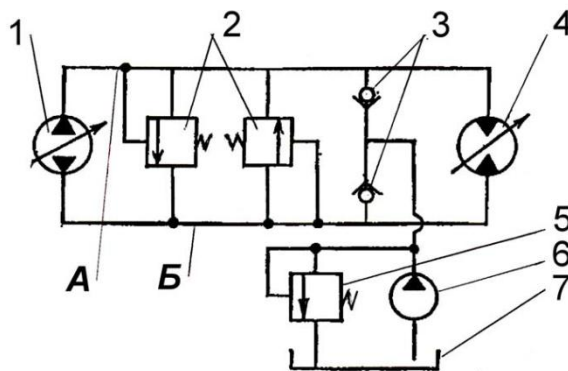


Рис. 1.7. Гидропривод с объемным регулированием скорости

Так как в данном гидроприводе возможен реверс потока рабочей жидкости, то в нем установлены два предохранительных клапана 2, один из которых следит за

давлением в гидролинии А, а другой – за давлением в гидролинии Б. Для компенсации возможной нехватки рабочей жидкости в гидроприводе используется система подпитки, состоящая из дополнительного насоса 6, переливного клапана 5 и двух обратных клапанов 3. Подпитка всегда осуществляется в гидролинию, которая в данный момент является всасывающей. При этом во всасывающей гидролинии создается избыточное давление порядка 0,1...0,3 МПа (ограничено настройкой переливного клапана 5). Это исключает вероятность возникновения кавитации на входе в насос 1 и обеспечивает заполнение рабочих камер насоса жидкостью.

На практике при анализе работы гидроприводов, содержащих регулируемые гидромашины, используется понятие «*параметр регулирования рабочего объема*», или «*относительный рабочий объем*» гидромашины, равный отношению действительного рабочего объема гидромашины к максимальному его значению (максимальное значение объема приводится в паспорте гидромашины). В нашем случае эти параметры для регулируемого насоса и регулируемого гидромотора соответственно равны

$$e_H = \frac{W_H}{W_{H \max}}, \quad e_G = \frac{W_G}{W_{G \max}} \quad (1.13)$$

Величины e_H и e_G могут изменяться от нуля до единицы (либо до минус единицы, если в гидромашине предусмотрен реверс потока рабочей жидкости).

С использованием соотношения (1.13) расход Q_H , поступающий от насоса в напорную гидролинию, и расход Q_G , потребляемый гидромотором, можно определить из формул (считаем, что КПД гидромашин равен единице)

$$Q_H = W_H n_H = e_H W_{H \max} n_H, \quad Q_G = W_G n_G = e_G W_{G \max} n_G \quad (1.14)$$

где n_H – частота вращения вала насоса, n_G – частота вращения вала гидромотора.

Так как регулирование скорости выходного звена гидропривода имеет смысл только при его работе без перегрузки (предохранительные клапаны 2 закрыты), то основным уравнением, позволяющим получить закон регулирования скорости выходного звена, является уравнение сохранения массы

$$Q_H = Q_G. \quad (1.15)$$

Из соотношений (1.14) и (1.15) получаем

$$n_G = n_H \frac{e_H W_{H \max}}{e_G W_{G \max}} \quad (1.16)$$

Из полученной формулы (1.16) видно, что в рассматриваемом гидроприводе частота вращения вала гидромотора n_G является функцией двух независимых переменных: параметра регулирования рабочего объема насоса e_H и параметра регулирования рабочего объема гидромотора e_G .

На практике в данном гидроприводе при изменении частоты n_G вращения вала гидромотора 4 от нуля до максимального значения используется следующая двухэтапная последовательность регулирования:

1-й этап – $e_G = 1$, изменяется e_H от нуля до 1;

2-й этап – $e_H = 1$, изменяется e_G от 1 до некоторого $e_{G \min}$.

Соответствующая этому регулировочная характеристика гидропривода с объемным регулированием скорости приведена на рис. 1.8.

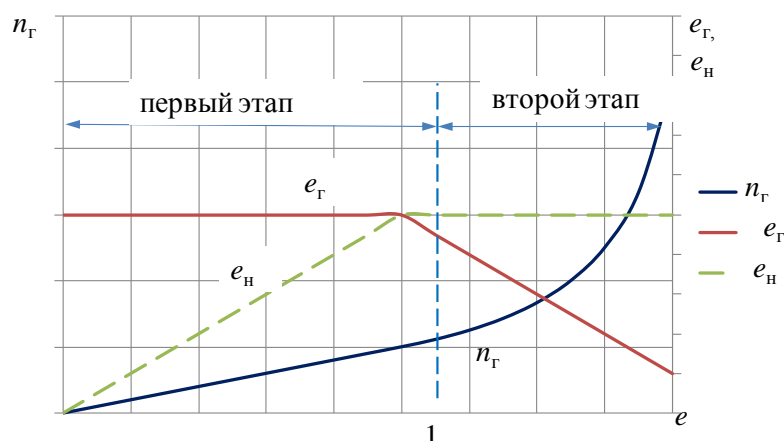


Рис. 1.8. Регулировочная характеристика гидропривода с объемным регулированием скорости

Минимальное значение параметра регулирования рабочего объема гидромотора $e_{Г \min}$ определяется из условия необходимости вращения вала гидромотора 4, нагруженного моментом сопротивления $M_{Г}$. При этом перепад давления на гидромоторе 4, определяемый настройкой предохранительных клапанов 2, не должен превышать допустимой величины $[\Delta p_{Г}]$. Отсюда следует

$$M_{Г} = \frac{1}{2\pi} W_{Г \max} e_{Г \min} [\Delta p_{Г}] \eta_{ГМ} \quad (1.17)$$

где $\eta_{ГМ}$ – механический КПД гидромотора.

Если попытаться получить значение $e_{Г} < e_{Г \min}$, то в соответствии с формулой (1.17) при том же моменте сопротивления $M_{Г}$ требуемый для вращения вала перепад давления на гидромоторе 4 превысит допустимое его значение $[\Delta p_{Г}]$. Это приведет к тому, что в напорной гидролинии давление станет больше давления настройки соответствующего предохранительного клапана 2, он откроется, и вал гидромотора 4 остановится.

На рис. 1.9 приведена нагрузочная характеристика гидропривода с объемным регулированием скорости

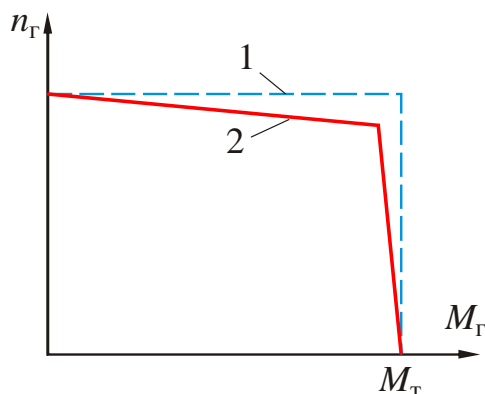


Рис. 1.9. Нагрузочная характеристика гидропривода с объемным регулированием скорости

В данном случае (при отсутствии потерь в гидромашинах) гидропривод имеет абсолютно «жесткую» нагрузочную характеристику (прямая 1). Если учесть потери энергии в гидромашинах, то реальная нагрузочная характеристика гидропривода (прямая 2) имеет некоторый наклон («нежесткость»), обусловленный объемными утечками в гидромашинах, которые, как известно, возрастают с увеличением давления.

Гидропривод с объемно-дрессельным регулированием. На рис. 1.10 приведена схема гидропривода с объемно-дрессельным регулированием скорости движения поршня гидроцилиндра 4 при последовательном включении гидродресселя 5 на выходе из гидроцилиндра.

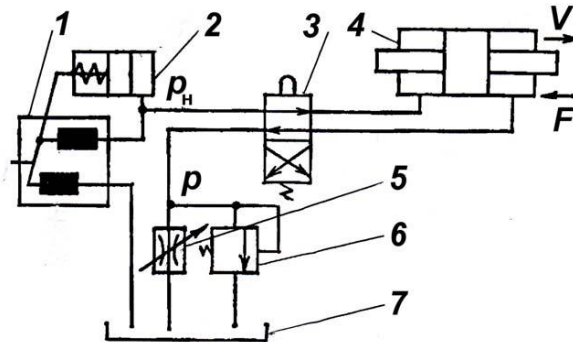


Рис. 1.10. Гидропривод с объемно-дрессельным регулированием скорости

В данном гидроприводе регулируемая насосная установка решает ту же задачу, что и насосная установка, состоящая из нерегулируемого насоса и переливного клапана, в гидроприводе, схема которого приведена на рис. 1.5, а. Следовательно, закон регулирования скорости движения поршня гидроцилиндра 4 в рассматриваемом гидроприводе можно описать уравнением (1.7). Значит, регулировочная и нагрузочная характеристики для рассматриваемой схемы гидропривода выглядят аналогично графикам, приведенным на рис. 1.4, а и 1.5.

1.2. Сравнение различных способов регулирования

Сравнение различных способов регулирования проводится по нагрузочным и энергетическим характеристикам, построенным в относительных величинах.

Сравнение по нагрузочным характеристикам. При определении относительных нагрузочных характеристик текущая величина скорости относится к максимальному значению при заданном параметре регулирования, а текущая величина нагрузки – к тормозной, то есть также к максимальному своему значению.

Для гидропривода с *дрессельным регулированием при параллельном включении дресселя*, используя выражение (1.4), определим относительную скорость

$$\bar{v} = \frac{v}{v_{\max}} = \frac{1}{S_{\Pi}} \frac{\left(Q_{\text{H}} - \mu S_{\text{др}} \sqrt{\frac{2P}{\rho S_{\Pi}}} \right)}{Q_{\text{H}} / S_{\Pi}} = 1 - \frac{\mu S_{\text{др}}}{Q_{\text{H}}} \sqrt{\frac{2P_{\text{T}} P}{\rho S_{\Pi} P_{\text{T}}}} = 1 - \sqrt{P}. \quad (1.18)$$

Здесь учтено, что при нагрузке на выходном звене гидропривода равном тормозному усилию P_T действительная скорость v движения выходного звена равна нулю. При этом вся подача насоса через регулируемый дроссель сливается в бак, то есть

$$Q_H = \mu S_{др} \sqrt{\frac{2 P_T}{\rho S_{п}}} \quad (1.19)$$

Для гидроприводов с дроссельным регулированием при последовательном включении дросселя, используя выражение (1.7), найдем

$$\bar{v} = \frac{v}{v_{max}} = \frac{\mu \frac{S_{др}}{S_{п}} \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_H - \frac{P}{S_{п}} \right)}}{\mu \frac{S_{др}}{S_{п}} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_H}} = \sqrt{1 - \frac{P}{p_H S_{п}}} = \sqrt{1 - \frac{P}{P_T}} = \sqrt{1 - \bar{P}} \quad (1.20)$$

В данном случае под тормозным усилием P_T понимается нагрузка на выходном звене гидропривода, при котором перепад давления на гидродросселе равен нулю, то есть $P_T = p_H S_{п}$.

Для гидроприводов с объемным регулированием вследствие того, что скорость движения выходного звена в этих гидроприводах не зависит от нагрузки на нем во всем диапазоне ее изменения, величина относительной скорости всегда равна единице:

$$\bar{v} = 1 \quad (1.21)$$

Сравнение нагрузочных характеристик для трех типов рассмотренных приводов показано на рис. 1.11. Здесь кривая 1 – соответствует приводу с дроссельным регулированием при параллельном включении дросселя, 2 – для гидроприводов с дроссельным и объемно-дроссельным регулированием при последовательном включении дросселя, 3 – для гидроприводов с объемным регулированием скорости.

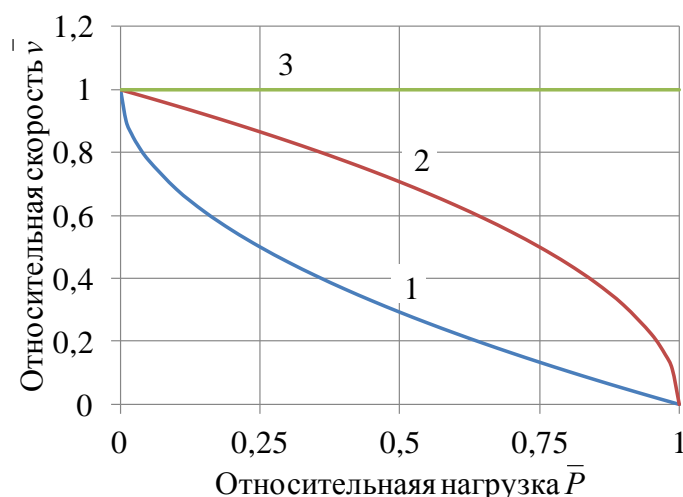


Рис. 1.11. Сравнение относительных нагрузочных характеристик регулируемых гидроприводов

Необходимо заметить, что если в приводе с дроссельным регулированием применяется система стабилизации скорости движения выходного звена, то его нагрузочная характеристика будет иметь такой же вид, как и у привода объемного регулирования.

Сравнение по энергетическим характеристикам. Под энергетической характеристикой регулируемого гидропривода в относительных величинах понимается графическая зависимость КПД системы регулирования гидропривода от относительной скорости его выходного звена при постоянном значении относительной нагрузки на нем.

В данном случае под относительной скоростью движения выходного звена \bar{v} понимается величина, равная отношению текущего значения скорости v при заданной нагрузке к максимально возможному значению этой скорости v_{\max} при той же нагрузке.

Для гидропривода с дроссельным регулированием при параллельном включении дросселя имеем

$$\bar{v} = \frac{v}{v_{\max}} = \frac{\frac{1}{S_{\Pi}} \left(Q_{\text{H}} - \mu S_{\text{др}} \sqrt{\frac{2P}{\rho S_{\Pi}}} \right)}{Q_{\text{H}} / S_{\Pi}} = 1 - \frac{\mu S_{\text{др}}}{Q_{\text{H}}} \sqrt{\frac{2P}{\rho S_{\Pi}}}. \quad (1.22)$$

Для гидроприводов с дроссельным регулированием при последовательном включении дросселя, учитывая выражение (1.7), соответственно получим

$$\bar{v} = \frac{v}{v_{\max}} = \frac{\mu \frac{S_{\text{др}}}{S_{\Pi}} \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_{\text{H}} - \frac{P}{S_{\Pi}} \right)}}{\mu \frac{S_{\text{др max}}}{S_{\Pi}} \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_{\text{H}} - \frac{P}{S_{\Pi}} \right)}} = \frac{S_{\text{др}}}{S_{\text{др max}}}. \quad (1.23)$$

Такой же результат получается и для гидропривода со стабилизацией скорости, в котором используется дроссельный регулятор расхода при последовательном включении дросселя.

Для гидропривода вращательного движения с объемным регулированием скорости в схеме с регулируемым насосом и нерегулируемым гидромотором относительную скорость вычисляем по формуле

$$\bar{v} = \frac{n_{\Gamma}}{n_{\Gamma \max}} = \frac{\frac{W_{\text{H max}}}{W_{\Gamma}} e_{\text{H}} n_{\text{H}}}{\frac{W_{\text{H max}}}{W_{\Gamma}} n_{\text{H}}} = e_{\text{H}}. \quad (1.24)$$

Под КПД системы регулирования будем понимать отношение полезной мощности, развиваемой на выходном звене гидропривода, к мощности, потребляемой гидроприводом, без учета потерь в гидрелиниях, направляющих гидрораспределителях и гидромашинах, то есть

$$\eta = \frac{N_{\text{ВЫХ}}}{N_{\text{ВХ}}}. \quad (1.25)$$

Для гидропривода с *дрессельным регулированием при параллельном включении дросселя* принимая, что $N_{\text{ВЫХ}} = P_v$, $N_{\text{ВХ}} = p_H Q_H$, $P = p_H S_{\Pi}$ и используя (1.4), выражение для КПД системы регулирования получаем в виде

$$\eta = \frac{P_v}{p_H Q_H} = 1 - \mu \frac{S_{\text{др}}}{Q_H} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_H}. \quad (1.26)$$

Сравнивая (1.22) с (1.26), видим, что

$$\eta = \bar{v}. \quad (1.27)$$

Для гидропривода с *дрессельным регулированием при последовательном включении дросселя* на входе в гидродвигатель, обозначив $p = P/S_{\Pi}$, с учетом (1.7) можно записать

$$\eta = \frac{P_v}{p_H Q_H} = \frac{p}{p_H} \frac{\mu S_{\text{др}} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_H - p)}}{Q_H} = \frac{p}{p_H} \sqrt{1 - \frac{p}{p_H}} \frac{S_{\text{др}}}{S_{\text{др max}}} = \bar{P} \sqrt{1 - \bar{P} \bar{v}}. \quad (1.28)$$

При получении формулы (1.28) принято, что подача нерегулируемого насоса Q_H в правильно спроектированном гидроприводе должна обеспечивать максимально возможную скорость движения выходного звена, то есть в рассматриваемом случае при максимальном открытии регулируемого дросселя и усилия на выходном звене, равном нулю

$$Q_H = v_{\text{max}} S_{\Pi} = \mu S_{\text{др max}} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_H}. \quad (1.29)$$

Из формулы (1.28) видно, что КПД системы регулирования гидропривода в данном случае есть функция не только относительной скорости \bar{v} его выходного звена, но и относительной нагрузки $\bar{P} = P/P_T = p/p_H$ на нем. Причем при $\bar{P} = 0$ и $\bar{P} = 1$ КПД системы регулирования становится равным нулю. Очевидно, что при этом существует некоторое оптимальное значение относительной нагрузки $\bar{P}_{\text{опт}}$, при котором КПД системы регулирования при данной относительной скорости \bar{v} максимально.

Определим это оптимальное значение нагрузки $\bar{P}_{\text{опт}}$ на выходном звене гидропривода. Для этого исследуем на максимум функцию $\alpha = \bar{P} \sqrt{1 - \bar{P}}$. Приравняв к нулю производную от этой функции

$$\frac{d\alpha}{d\bar{P}} = \sqrt{1 - \bar{P}} + \frac{\bar{P}(-1)}{2\sqrt{1 - \bar{P}}} = \frac{2 - 3\bar{P}}{2\sqrt{1 - \bar{P}}} = 0, \quad (1.30)$$

получим $\bar{P}_{\text{опт}} = 2/3$.

Таким образом, зависимость максимальных значений КПД системы регулирования гидропривода с дроссельным регулированием при последовательном включении дросселя от относительной скорости \bar{v} после подстановки в формулу (1.28) полученного значения $\bar{P}_{\text{опт}}$ приобретает вид

$$\eta \cong 0,385\bar{v}. \quad (1.31)$$

КПД системы регулирования для гидропривода вращательного движения с **объемным регулированием**, считая $Q_n = Q_r$ и $p_n = \Delta p_r$, получим

$$\eta = \frac{M_r \omega_r}{M_n \omega_n} = \frac{Q_r \Delta p_r}{Q_n p_n} = 1 \quad (1.32)$$

Значит, что при объемном регулировании потери энергии отсутствуют. Этот результат является следствием допущения о том, что во всем диапазоне регулирования рабочего объема гидромашин ее КПД остается равным единице. В действительности, в соответствии с теорией регулируемых роторных гидромашин, их КПД есть функция параметра регулирования рабочего объема. Причем КПД регулируемого насоса принимает максимальное значение при $e_n = 1$ и становится равным нулю при $e_n = 0$.

Выражение для КПД системы регулирования гидропривода с **объемно-дроссельным регулированием** при последовательном включении дросселя на выходе из гидродвигателя, учитывая то, что $p_n = P_T/S_n$ и $Q_n = Q_{др} = vS_n$, можно записать в виде

$$\eta = \frac{Pv}{p_n Q_n} = \frac{P Q_{др}}{p_n S_n Q_n} = \bar{P}. \quad (1.33)$$

Таким образом, формула (1.33) показывает, что в гидроприводе с объемно-дроссельным регулированием скорости КПД системы регулирования не зависит от относительной скорости \bar{v} выходного звена, а определяется только относительной нагрузкой \bar{P} на нем и так же, как и \bar{P} , без учета потерь в гидромашинах, изменяется от нуля до единицы.

На практике важно знать КПД системы регулирования для работы гидропривода в режиме передачи им максимальной полезной мощности. Определим значение относительной нагрузки \bar{P} на выходном звене гидропривода, соответствующее максимальной полезной мощности. Полезная мощность, развиваемая гидроприводом на его выходном звене при данной нагрузке, равна

$$N_{пол} = Pv = P\mu \frac{S_{др}}{S_n} \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_n - \frac{P}{S_n} \right)}. \quad (1.34)$$

Принимая во внимание, что $p_n = P_T/S_n$, а также умножив и разделив выражение на P_T , получим

$$N_{пол} = \frac{P}{P_T} \frac{P_T \mu S_{др}}{S_n} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_n \left(1 - \frac{P}{p_n S_n} \right)} = \bar{P} \sqrt{1 - \bar{P}} A, \quad (1.35)$$

где $A = \mu S_{др} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_n^3}$ – постоянная величина.

Как видим, максимальная передаваемая гидроприводом полезная мощность в данном случае достигается при максимальном значении ранее рассмотренной функции α . Как было показано выше, эта функция принимает максимальное значение при относительной нагрузке на выходном звене гидропривода $\bar{P} = 2/3$

(см. формулу (1.30)). Следовательно, в этом режиме работы гидропривода с объемно-дроссельным регулированием при последовательном включении дросселя КПД его системы регулирования равен

$$\eta = 0,667. \quad (1.36)$$

На практике в этом случае необходимо учитывать приведенные выше оговорки о влиянии на КПД регулируемого насоса величины его параметра регулирования.

На рис. 1.12 для сравнения приведены графики энергетических характеристик гидроприводов, построенные в соответствии с формулами (1.27), (1.31), (1.32), (1.36) при относительной нагрузке \bar{P} на выходном звене гидропривода, равной $2/3$.

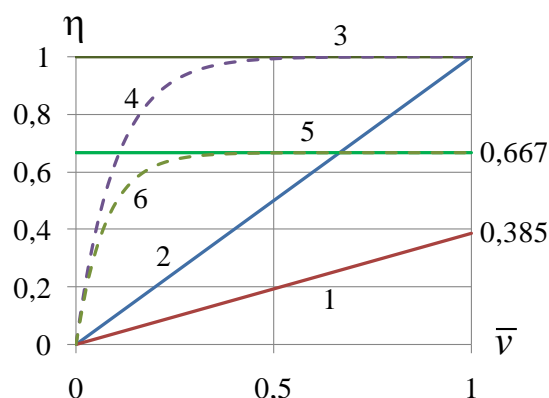


Рис. 1.12. Сравнение энергетических характеристик гидроприводов

На графике пунктиром показаны ориентировочные зависимости КПД для гидроприводов с объемным и объемно-дроссельным регулированием, учитывающие влияние на КПД регулируемого насоса от его параметра регулирования.

Номера приведенных на рис. 1.12 кривых соответствуют следующим вариантам гидроприводов:

1 — гидропривод с дроссельным регулированием при последовательном включении;

2 — гидропривод с дроссельным регулированием при параллельном включении дросселя;

3 — гидропривод с объемным регулированием;

4 — гидропривод с объемным регулированием с учетом зависимости КПД регулируемого насоса от его параметра регулирования;

5 — гидропривод с объемно-дроссельным регулированием при последовательном включении дросселя на выходе из гидродвигателя;

6 — гидропривод с объемно-дроссельным регулированием при последовательном включении дросселя на выходе из гидродвигателя с учетом зависимости КПД регулируемого насоса от его параметра регулирования.

Сравнение гидроприводов по приведенным энергетическим характеристикам указывает на неоспоримые преимущества гидропривода с объемным регулированием скорости. Однако при этом следует помнить, что стоимость регулируемых гидромашин существенно выше, чем нерегулируемых. Объемный способ регули-

рования может быть рекомендован для использования только в гидроприводах большой мощности (свыше 15 кВт), так как при этом условии можно ожидать, что затраты, сделанные при создании гидропривода, окупятся в процессе его эксплуатации.

1.3. Нагрузочная характеристика гидропривода при гармонических колебаниях выходного звена

Рассмотрим закономерность изменения усилия P , развиваемого гидроприводом, от скорости перемещения выходного звена v , когда выходное звено привода совершает гармонические колебания*. Эту зависимость также будем называть нагрузочной характеристикой, хотя регулирующий параметр при этом переменен.

В общем случае сила, развиваемая гидроприводом, складывается из инерционной (пропорциональной ускорению выходного звена), позиционной (пропорциональной перемещению выходного звена) составляющей и силы, необходимой на преодоление трения. То есть

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + k_{\text{тр}} \frac{dy}{dt} + k_{\text{поз}} y = P, \quad (1.37)$$

где m – приведенная к выходному звену перемещаемая масса; y – перемещение выходного звена; $k_{\text{тр}}$ – коэффициент трения; $k_{\text{поз}}$ – коэффициент позиционной нагрузки; P – суммарная величина силы, создаваемая приводом.

При гармонических колебаниях перемещение выходного звена имеет вид

$$y = a_y \sin \omega t, \quad (1.38)$$

где a_y – амплитуда гармонических колебаний. Тогда

$$v = \frac{dy}{dt} = a_y \omega \cos \omega t, \quad (1.39)$$

откуда

$$\cos \omega t = \frac{v}{a_y \omega}. \quad (1.40)$$

С учетом (1.38) уравнение (1.37) можно записать следующим образом

$$-m a_y \omega^2 \sin \omega t + k_{\text{тр}} v + k_{\text{поз}} a_y \sin \omega t = P. \quad (1.41)$$

Из (1.41) находим

$$\sin \omega t = \frac{P - k_{\text{тр}} v}{a_y (k_{\text{поз}} - m \omega^2)}. \quad (1.42)$$

Возведя (1.40) и (1.42) в квадрат и сложив результат этих действий, получим

* Такая закономерность движения характерна для привода, выполняющего циклические технологические операции, а также при исследовании динамических характеристик привода.

$$\frac{(P - k_{тр}v)^2}{a_y^2(k_{поз} - m\omega^2)^2} + \frac{v^2}{(a_y\omega)^2} = 1. \quad (1.43)$$

Уравнение (1.43) описывает в координатах $P-v$ эллипс, часть которого, соответствующая положительным значениям усилия и скорости показана на рис. 1.13.

В тех случаях, когда по условиям использования привода закон движения его выходного звена значительно отличается от гармонического, может быть построен аналогичный график нагрузки с учетом заданной циклограммы работы привода и требуемого вида переходных процессов при смене выполняемых приводом операций.

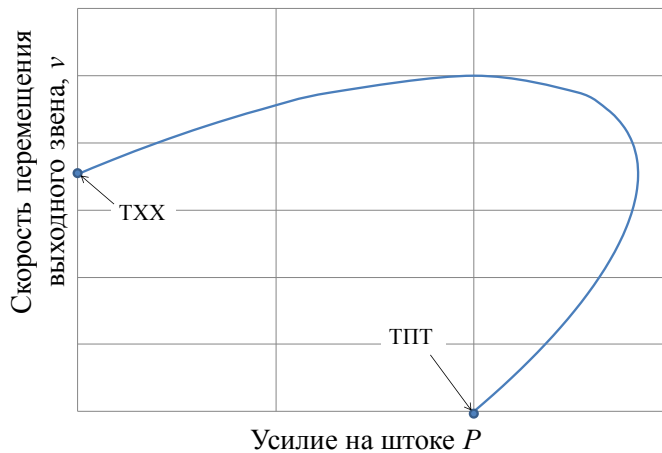


Рис. 1.13. Нагрузочная характеристика гидропривода при гармонических колебаниях выходного звена: ТПТ – точка полного торможения; ТХХ – точка холостого хода

1.4. Рабочая характеристика и регулирование насоса

Рассмотрим насос рабочей жидкости объемного типа. Расход такого насоса определяется выражением

$$Q_H = Q_G \eta_o = \eta_o \frac{V_H}{2\pi} \omega, \quad (1.44)$$

где Q_G – геометрическая подача насоса, η_o – объемный КПД, учитывающий утечки и перетечки рабочей жидкости; V_H – рабочий объем насоса, равный разности изменения объемов рабочих камер насоса за один оборот вала; ω – угловая скорость вращения вала.

Мощность N_p потока рабочей жидкости на выходе из насоса может быть определена по формуле

$$N_p = p_H Q_H, \quad (1.45)$$

где p_H – давление жидкости на выходе из насоса.

Мощность N_H , потребляемая насосом (необходимая для его работы) найдется, как

$$N_H = \frac{Q_H (p_H - p_{вх})}{\eta_o \eta_{г.м}}, \quad (1.46)$$

где $p_{вх}$ – давление на входе в насос; $\eta_{г.м}$ – гидромеханический КПД, учитывающий потери мощности на трение при течении жидкости и на механическое трение.

Рабочая характеристика нерегулируемого насоса (насоса с постоянным рабочим объемом), то есть зависимость подачи Q_n от развиваемого насосом давления p_n . имеет вид (рис. 1.14).

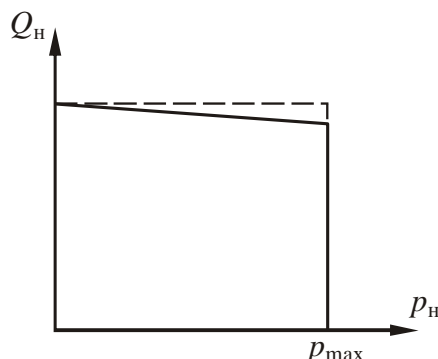
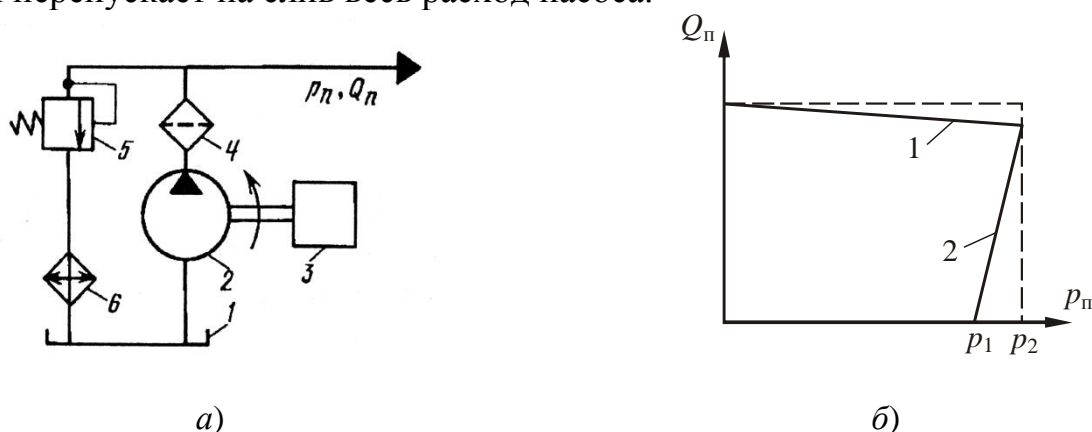


Рис. 1.14. Рабочая характеристика нерегулируемого объемного насоса

Пунктиром на рис. 1.15 показана «идеальная» рабочая характеристика, то есть без учета объемных потерь. Величина максимального давления p_{max} в этом случае определяется мощностью двигателя, приводящего во вращение вал насоса, что следует из формулы (1.46).

Регулирование давления подачи p_n при использовании насоса с постоянным рабочим объемом производится за счет использования переливного или предохранительного клапана, рис. 1.15. При давлении p_1 клапан открывается. При давлении p_2 он перепускает на слив весь расход насоса.



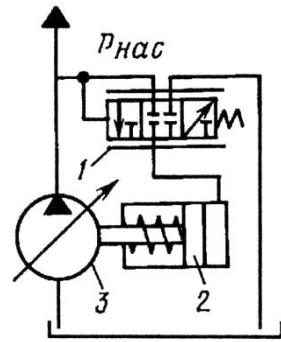
1 – бак; 2 – насос; 3 – двигатель насоса; 4 – фильтр;
5 – переливной или предохранительный клапан

1 – характеристика насоса;
2 – характеристика клапана

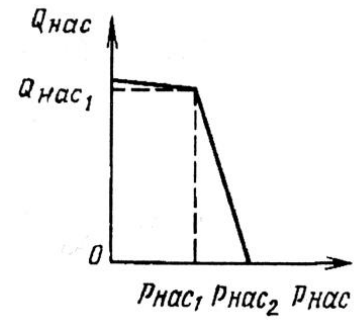
Рис. 1.15. Регулирование давления подачи насоса с постоянным рабочим объемом:
а – схема системы подачи; б – характеристики насоса и клапана

При использовании насоса с изменяемым рабочим объемом для управления подачей рабочей жидкости применяют *регуляторы давления, расхода и мощности*.

Схема *системы подачи с регулятором давления* приведена на рис. 1.16, а. Характеристика насоса с регулятором давления показана на рис. 1.16, б.



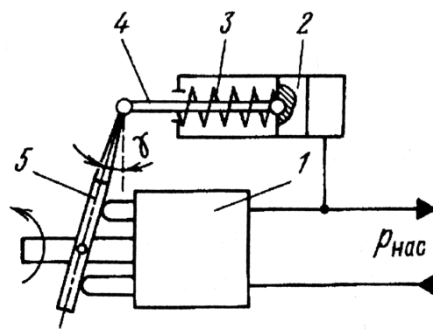
а)



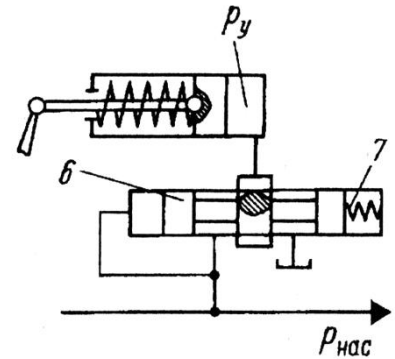
б)

Рис. 1.16. Система подачи с регулятором давления:
 а – схема системы подачи; б – характеристика насоса с регулятором; 1 – пропорциональный гидрораспределитель; 2 – поршень регулятора; 3 – регулируемый насос

Возможные конструктивные схемы регуляторов давления при использовании аксиально-плунжерного насоса приведены на рис. 1.17.



а)



б)

Рис. 1.17. Конструктивные схемы регуляторов давления:
 а – регулятор прямого действия; б – регулятор непрямого действия; 1 – насос; 2 – поршень регулятора; 3 – пружина; 4 – шток; 5 – поворотная шайба насоса; 6 – золотник; 7 – пружина золотника

Найдем выражение для статической характеристики насоса при использовании регулятора давления прямого действия. Условие равновесия поршня регулятора имеет вид

$$S_p p_n - P_{шт} - P_{0пр} - c_{пр} y_p = 0, \quad (1.47)$$

где S_p – площадь поршня регулятора, на которую действует давление p_n ; $P_{шт}$ – сила, приложенная к штоку регулятора со стороны шайбы; $P_{0пр}$, $c_{пр}$ – сила начального натяжения пружины и ее жесткость соответственно; y_p – перемещение штока регулятора, измеряемое от положения, при котором $\gamma = \gamma_{max}$.

Для расхода насоса имеем выражение

$$Q_n = \eta_o z_{пн} n_n S_{п} D_{oc} \operatorname{tg} \gamma, \quad (1.48)$$

где $z_{\text{п}}$ – количество плунжеров насоса; $n_{\text{н}}$ – частота вращения вала насоса; $S_{\text{п}}$ – площадь поперечного сечения одного плунжера; $D_{\text{ос}}$ – диаметр окружности, на которой расположены оси плунжеров.

Перемещение штока регулятора связано с наклоном шайбы насоса формулой

$$y_{\text{р}} = r_{\text{п}} (\text{tg } \gamma_{\text{max}} - \text{tg } \gamma), \quad (1.49)$$

где $r_{\text{п}}$ – расстояние от оси поворота шайбы до оси штока регулятора.

Пренебрегая силой $P_{\text{шт}}$ по сравнению с $P_{0\text{пр}}$, из приведенных выражений получим статическую характеристику в виде

$$Q_{\text{н}} = Q_{\text{н1}} - k_{\text{р}} (p_{\text{н}} - p_{\text{н1}}), \quad (1.50)$$

где $p_{\text{н1}} = (P_{0\text{пр}} + P_{\text{шт}}) / S_{\text{р}}$, $Q_{\text{н1}} = \eta_{\text{о}} z_{\text{п}} n_{\text{н}} S_{\text{п}} D_{\text{ос}} \text{tg } \gamma_{\text{max}}$, а коэффициент $k_{\text{р}}$ определяется выражением

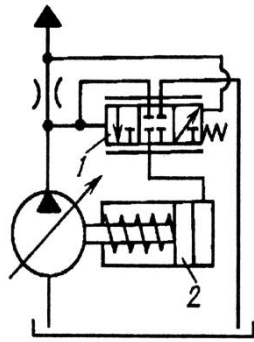
$$k_{\text{р}} = \frac{S_{\text{р}} \eta_{\text{о}} z_{\text{п}} n_{\text{н}} S_{\text{п}} D_{\text{ос}}}{c_{\text{пр}} r_{\text{п}}}. \quad (1.51)$$

Величины $p_{\text{н1}}$ и $Q_{\text{н1}}$ являются точками начала регулируемого участка характеристики насоса (см. рис. 1.16, б). При давлении большем $p_{\text{н1}}$ регулятор отклоняет шайбу, уменьшая угол ее установки и следовательно, уменьшая подачу насоса. При $p > p_{\text{н2}}$ $\gamma = 0$ и подача насоса становится равной нулю. Разность $\varepsilon = p_{\text{н2}} - p_{\text{н1}}$ это установившаяся ошибка регулирования. При $\varepsilon = 0$ достигается наибольшая точность регулирования. В этом случае регулятор поддерживает постоянное давление. В соответствии с (1.50) для уменьшения ε необходимо увеличивать $k_{\text{р}}$. Однако при высоких k возможна потеря устойчивости регулирования. Согласно (1.51) для уменьшения ε необходимо уменьшать жесткость пружины регулятора.

В регуляторе давления непрямого действия (см. рис. 1.17, б) перемещением поршня управляет золотник, который займет среднее положение* только тогда, когда давление на выходе из насоса будет равно требуемому значению. Следовательно, данный регулятор не имеет статической ошибки.

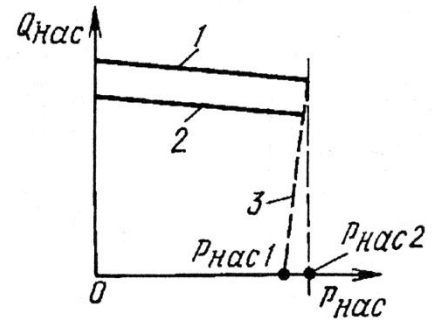
Схема *системы подачи с регулятором расхода* приведена на рис. 1.18. В регуляторе для измерения расхода установлен дроссель. Перепад давления на дросселе, зависящий от $Q_{\text{н}}$, воздействует на золотник, управляющий давлением в полости гидроцилиндра 2. При увеличении $Q_{\text{н}}$ перепад давления возрастает, вызывая смещение золотника, при котором давление в поршневой полости увеличивается. Поршень перемещает регулирующий орган насоса в сторону, соответствующую снижению расхода $Q_{\text{н}}$. Для защиты гидросистемы от аварийного повышения давления на выходе из насоса устанавливается предохранительный клапан. Рабочая характеристика такой системы показана на рис. 1.18, б. При превышении давления более, чем $p_{\text{н1}}$ клапан открывается. При давлении $p_{\text{н2}}$ вся подача насоса направляется на слив. Значение расхода путем изменения рабочего объема насоса поддерживается в пределах, ограниченных на рис. 1.18, б прямыми 1 и 2.

* При котором управляющее давление $p_{\text{у}}$ (см. рис. 1.17, б) будет неизменно.



а)

1 – золотник; 2 – поршень регулятора



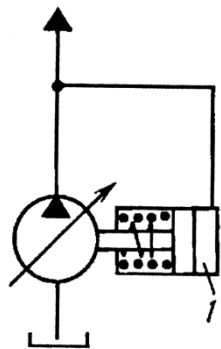
б)

1, 2 – характеристики насоса; 2 – характеристика предохранительного клапана

Рис. 1.18. Система подачи с регулятором расхода:

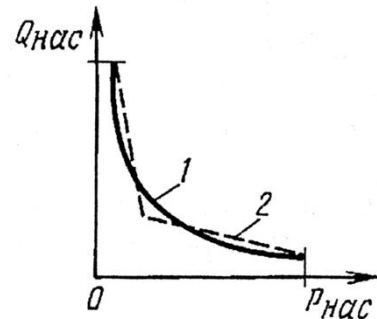
а – схема системы подачи; б – характеристика насоса с регулятором

Система подачи с регулятором мощности поддерживает постоянной мощность потока рабочей жидкости на выходе из насоса $N_H = p_H Q_H = \text{const}$. Из этого выражения видно, что при идеальном регуляторе характеристика системы представляет собой гиперболу. В практических конструкциях регуляторов идеальная гиперболическая характеристика заменяется несколькими прямоугольными. Схема простейшего регулятора мощности и получающаяся в результате рабочая характеристика показаны на рис. 1.19.



а)

1 – золотник; 2 – поршень регулятора



б)

1, 2 – характеристики насоса; 2 – характеристика предохранительного клапана

Рис. 1.19. Система подачи с регулятором мощности:

а – схема системы подачи; б – характеристика насоса с регулятором

Гидроцилиндр регулятора содержит две пружины, одна из которых дополнительно нагружает поршень при перемещении его на величину, равную части полного хода. Поэтому характеристика насоса будет состоять из двух участков (см. рис. 1.19, б, штриховые линии).

1.5. Энергетические параметры гидропривода при динамически изменяющейся нагрузке

Рассмотрим объемный гидропривод с регулируемым насосом, имеющим регулятор давления, который поддерживает в напорной гидролинии постоянное давление p_n . Пусть выходное звено привода совершает гармонические колебания, как описано в разделе 1.3. Управление движением выходного звена будем осуществлять при помощи пропорционального гидрораспределителя, рис. 1.20, в котором золотник 1 направляет рабочую жидкость из напорной магистрали в рабочую полость гидроцилиндра (расход Q_{31}), а из противоположной полости гидроцилиндра – в сливную магистраль (расход Q_{32}).

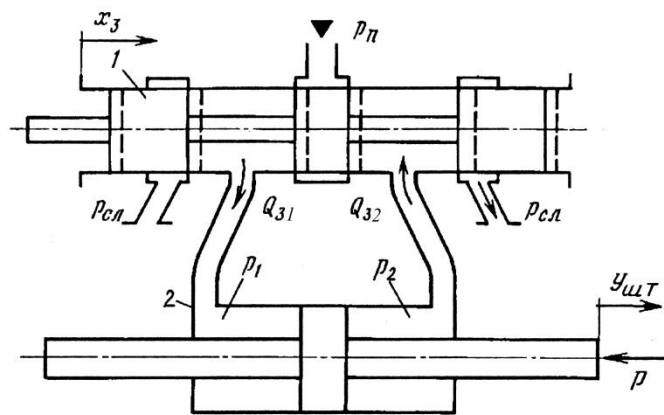


Рис. 1.20. Схема золотника и силового гидроцилиндра к расчету энергетических характеристик: x_3 – смещение золотника; $y_{шт}$ – смещение штока гидроцилиндра; p_n – давление в напорной магистрали; $p_{сл}$ – давление в сливной магистрали; p_1 – давление в рабочей полости гидроцилиндра; p_2 – давление в безнапорной полости гидроцилиндра

Примем для простоты анализа, что рабочие площади гидроцилиндра, то есть разность площади поршня и штока, в обеих его полостях одинаковы. Тогда расход жидкости, поступающей в рабочую полость гидроцилиндра равен расходу сливаемой жидкости: $Q_{31} = Q_{32} = Q_3$. Кроме того будем считать одинаковыми площади окон золотника и их коэффициенты расхода, то есть $S_{31} = S_{32}$, $\mu_{31} = \mu_{32} = \mu_3$. При этих предположениях рабочие перепады давления на окнах золотника также будут одинаковыми. Обозначим эти перепады через Δp_3 . Тогда имеем

$$\Delta p_{31} = \Delta p_3 = p_n - p_1; \quad \Delta p_{32} = \Delta p_3 = p_2 - p_{сл}. \quad (1.52)$$

Складывая почленно эти два равенства и деля результат пополам, получим

$$\Delta p_3 = \frac{p_n - p_{сл} - \Delta p_n}{2}, \quad (1.53)$$

где $\Delta p_n = (p_1 - p_2)$ – разность давлений, вызванная действующей на шток гидроцилиндра нагрузкой (инерционной и позиционной P_n) и силой трения в подвиж-

ных соединениях гидроцилиндра $P_{тр}$, то есть $\Delta p_H = (P_H + P_{тр}) / (S_{ц} - S_{шт})$. С учетом (1.53) выражение для расхода рабочей жидкости можем записать в виде

$$Q_3 = \mu_3 S_3 \sqrt{\frac{p_{п} - p_{сл} - \Delta p_H}{\rho}}. \quad (1.54)$$

Тогда мощность, потребная для перемещения штока гидроцилиндра, получится равной

$$N_{\Gamma} = Q_3 \Delta p_H = \mu_3 S_3 \sqrt{\frac{p_{п} - p_{сл} - \Delta p_H}{\rho}} \Delta p_H. \quad (1.55)$$

Как следует из (1.55) полезная мощность N_{Γ} зависит как от площади открытия окон золотника S_3 , так и от величины нагрузки, которая определяет перепад давления на поршне Δp_H . Причем от Δp_H зависимость нелинейная, рис. 1.21.

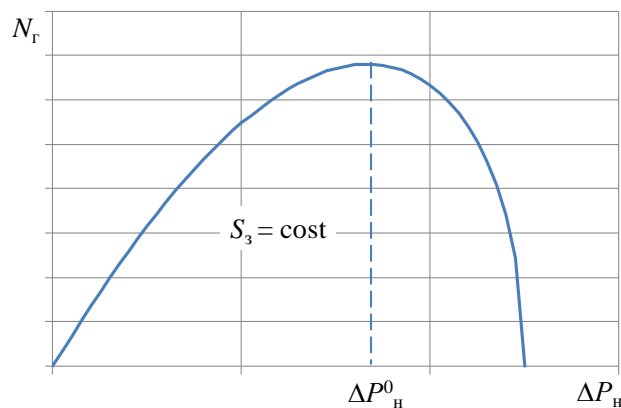


Рис. 1.21. Зависимость мощности, потребной для перемещения штока гидроцилиндра, от нагрузки

Значение разности давлений $\Delta p_H = \Delta p_H^0$, соответствующее максимуму мощности, развиваемой гидроцилиндром, найдем из уравнения

$$\frac{dN_{\Gamma}}{d\Delta p_H} = \frac{\mu_3 S_3}{\sqrt{\rho}} \left(\sqrt{p_{п} - p_{сл} - \Delta p_H} - \frac{\Delta p_H}{2\sqrt{p_{п} - p_{сл} - \Delta p_H}} \right) = 0. \quad (1.56)$$

Его решение имеет вид

$$\Delta p_H^0 = \frac{2}{3}(p_{п} - p_{сл}). \quad (1.57)$$

То есть для получения максимальной полезной мощности на штоке гидроцилиндра при заданной величине полного перепада давления, создаваемого системой питания $p_{п} - p_{сл}$, две трети от него должно срабатываться на поршне гидроцилиндра.

Мощность, развиваемая источником питания $N_{п}$, найдется, как

$$N_{п} = Q_3 (p_{п} - p_{сл}). \quad (1.58)$$

При записи выражения (1.58) не учитывались потери давления в напорном и сливном трубопроводах. Если принять КПД насоса равным единице, то отношение мощностей N_{Γ} и $N_{п}$ дает КПД гидропривода

$$\eta = \frac{N_{\Gamma}}{N_{\Pi}} = \frac{Q_3 \Delta p_{\text{H}}}{Q_3 (p_{\text{H}} - p_{\text{сл}})} = \frac{\Delta p_{\text{H}}}{p_{\text{H}} - p_{\text{сл}}}. \quad (1.59)$$

Так как в соответствии с (1.57) $p_{\text{H}} - p_{\text{сл}} = 3/2 \Delta p_{\text{H}}^0$, то

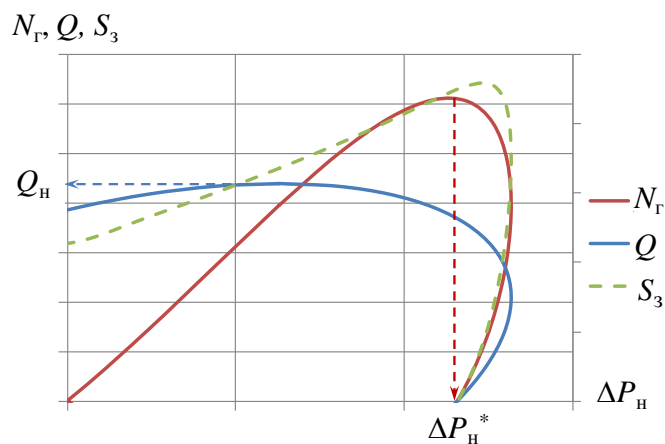
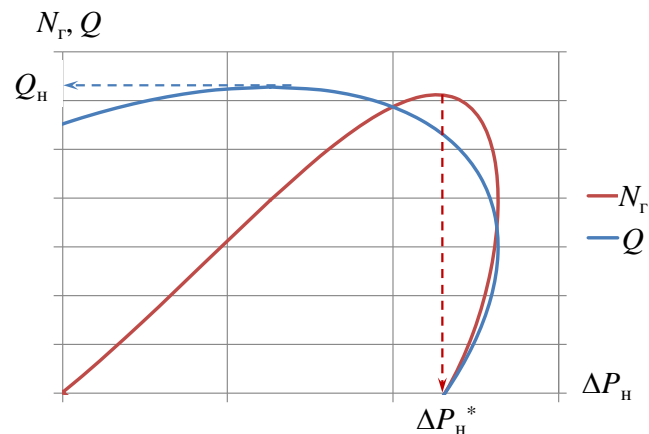
$$\eta = \frac{Q_3 \Delta p_{\text{H}}}{Q_3 (p_{\text{H}} - p_{\text{сл}})} = \frac{2}{3} \frac{\Delta p_{\text{H}}}{\Delta p_{\text{H}}^0}. \quad (1.60)$$

Следовательно, КПД рассматриваемого гидропривода* при работе в режиме максимальной мощности (при $\Delta p_{\text{H}} = \Delta p_{\text{H}}^0$) равен $\eta = 0,667$.

Перейдем для удобства анализа в нагрузочной характеристике (1.43) к переменным: расход рабочей жидкости Q – перепад давления на поршне Δp_{H} . Для этого используем следующие формулы пересчета

$$Q = v S_{\Pi}, \quad \Delta p_{\text{H}} = P / S_{\Pi}.$$

Нагрузочная характеристика в новых координатах и график мощности, потребной для циклических гармонических перемещений гидроцилиндра в зависимости от перепада давления на поршне, полученный с использованием этой нагрузочной характеристики, показаны на рис. 1.22. Здесь же показано изменение площади проходного сечения золотника S_3 , соответствующее требуемым величинам расхода и нагрузки.



* С регулируемым насосом, дроссельным регулированием гидродвигателя с последовательной установкой дросселей на входе в гидродвигатель и на выходе из него.

Рис. 1.22. Зависимость мощности, потребной для гармонических перемещений штока гидроцилиндра, от перепада давления на поршне и соответствующая нагрузочная характеристика

Учитывая линейную зависимость КПД привода от перепада давления Δp_H на поршне (1.59), а также формулу (1.57), для достижения наибольшей эффективности использования энергетических характеристик привода, давление настройки регулятора системы питания p_H следует выбрать по формуле

$$p_H = 1,5\Delta p_H^* + p_{сл}, \quad (1.61)$$

где Δp_H^* – перепад давления на поршне, соответствующий максимуму потребной мощности привода. Подача же насоса системы питания Q_H должна соответствовать максимальному потребному расходу см. рис. 1.22.

Если источник питания привода содержит нерегулируемый насос, то стабилизация давления питания осуществляется при помощи переливного клапана. В этом случае постоянная подача насоса выбирается так, чтобы она была не меньше максимального потребного расхода, то есть расхода, соответствующего максимальной скорости перемещения поршня гидроцилиндра.

Максимальное значение КПД рассматриваемого гидропривода с дроссельным регулированием с постоянным давлением питания, как следует из формул (1.55), (1.57) и **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, равно

$$\eta_{\max} = \frac{\Delta p_H^0}{p_H - p_{сл}} = \frac{\Delta p_H^0}{2/3\Delta p_H^0} = 0,667. \quad (1.62)$$

График зависимости N_r показан на рис. 1.22 кривой 1.

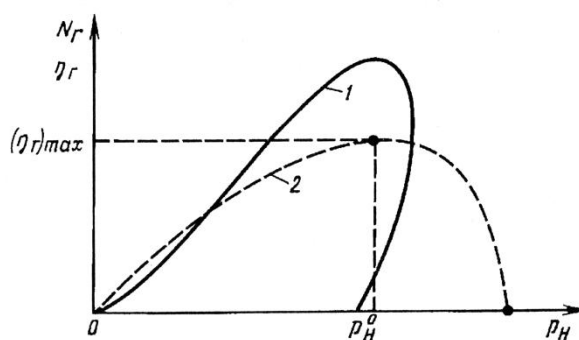
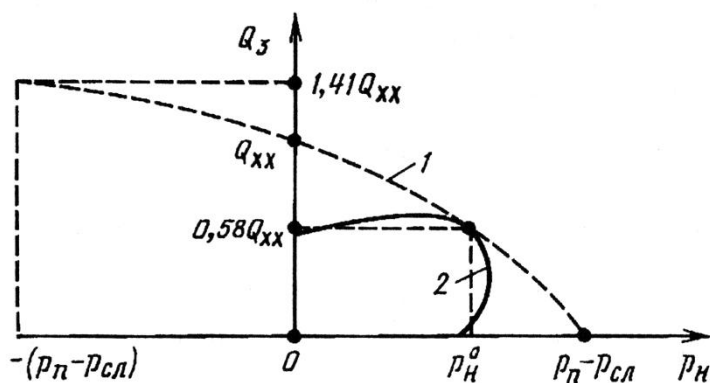


Рис. 1.22. Необходимая для гармонических колебаний выходного звена мощность и зависимость КПД гидропривода от разности давлений в гидроцилиндре

Следует напомнить, что данное значение КПД получено в предположении, что расход, создаваемый источником питания, равен расходу через золотник при всех возможных перепадах давления в гидроцилиндре, так как рассматривается привод с регулируемым насосом. Если же насос нерегулируемый, то давление на выходе

$p_{\text{п}}$ поддерживается постоянным при помощи переливного клапана, который пропускает на слив расход жидкости, не потребляемой гидроцилиндром. При этом постоянная подача насоса выбирается так, чтобы она была не меньше максимального потребного расхода, то есть расхода, соответствующего максимальной скорости перемещения поршня гидроцилиндра.

На рис. 1.23 по формуле (1.54) построен график изменения Q_3 в зависимости от $\Delta p_{\text{н}}$ при $S_3 = S_{3\text{max}}$ (кривая 1). График при $\Delta p_{\text{н}}^0 = 2(p_{\text{п}} - p_{\text{сл}})/3$ касается кривой 2 соответствующей графику нагрузки при гармонических колебаниях выходного звена. Точка, для которой $p_{\text{н}} = p_{\text{п}} - p_{\text{сл}}$, соответствует точке полного торможения, а точка $p_{\text{н}} = 0$ соответствует расходу $Q_{\text{хх}}$ холостого хода.



Если на выходное звено может действовать нагрузка по направлению хода штока гидроцилиндра, то во избежание нарушения сплошности жидкости потребуется расход, равный $1,41Q_{\text{хх}}$. При такой постоянной подаче нерегулируемого насоса КПД гидропривода вместе с источником питания понижается до $0,274$. Если нагрузка указанного вида отсутствует, то подачу насоса следует принять равной $Q_{\text{хх}}$. В этом случае КПД гидропривода с источником питания $\eta_{\text{max}} = 0,385$.

Таким образом, эффективность использования энергии в гидроприводе с дроссельным регулированием в значительной мере зависят от принятых величин подачи и давления источника питания. При заданной нагрузке на выходное звено и требуемом законе его движения не всегда возможно обеспечить расположение сочетание

Перейдем в зависимости (1.43) от координат $P-v$ к координатам давление p – расход Q рабочей жидкости. Пренебрегая, для простоты изложения материала, потерями давления в гидросистеме и считая, что гидроцилиндр имеет проходной шток, можем записать

$$P = S_{\text{г.ц}}(p - p_{\text{сл}}), \quad (1.63)$$

где $S_{г.ц}$ – рабочая площадь поршня гидроцилиндра; $p, p_{сл}$ – давление в рабочей полости гидроцилиндра и на сливе соответственно.

В соответствии с уравнением неразрывности имеем

$$v = \frac{Q}{S_{г.ц}}. \quad (1.64)$$

Подставив (1.63) и (1.64) в (1.43), получим

$$\frac{(p - p_{сл} - k_{тр} / S_{г.ц}^2 Q)^2}{a_n^2 / S_{г.ц} (k_{поз} - m\omega^2)^2} + \frac{Q^2}{(a_y S_{г.ц} \omega)^2} = 1. \quad (1.65)$$

То есть в новых координатах нагрузочная характеристика также имеет вид эллипса.

Соотношение потребной для совершения потребной работы энергии и потребляемой источником питания привода энергией можно проанализировать, если рассмотреть полученную в разделе 1.1 нагрузочную характеристику, представленную в координатах $Q-p$. Такая характеристика показана на рис. 1.20, кривой A .

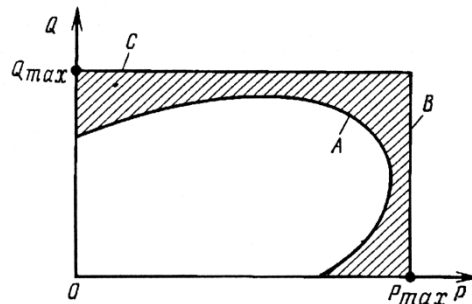


Рис. 1.20. Затраты энергии в гидроприводе при гармонических колебаниях выходного звена

Если в качестве источника питания принят объемный нерегулируемый насос, то его предельным параметрам расхода Q_{max} и давления p_{max} на рис. 1.20 соответствуют прямые B и C . Разность площадей, ограниченная этими прямыми и кривой A , определяют ту энергию, затраты которой будут излишними при перемещении управляемого приводом объекта.

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

2.1. Основные составляющие регуляторов и управляющих систем

1. *Регулятор* – комплекс устройств, осуществляющий автоматическое регулирование объектом.

2. *Чувствительные элементы* – устройства, измеряющие отклонения регулируемой величины от заданного значения, либо реагирующие на возмущающее воздействие и преобразующие их в сигналы управления*.

3. *Элементы сравнения* – устройства, осуществляющие вычитание одной величины (например, измеряемой) из другой величины (например, из задающего воздействия).

4. *Усилители* – устройства, усиливающие по мощности сигналы, поступающие от чувствительного элемента или элемента сравнения к исполнительному элементу.

5. *Исполнительные элементы* – устройства, воспринимающие сигналы управления и воздействующие на регулирующие органы.

6. *Корректирующие элементы* – дополнительные устройства, вводимые в регулятор, для обеспечения требуемых режимов регулирования.

7. *Регулятор прямого действия* – регулятор, в котором чувствительный элемент непосредственно, без усилителя воздействует на регулирующие органы объекта.

8. *Регулятор непрямого действия* – регулятор, в котором выход чувствительного элемента соединен с исполнительным элементом через усилитель.

Рассмотрим в качестве примера схему и принцип действия гидромеханического регулятора непрямого действия для поддержания угловой скорости вращения вала какого-либо двигателя, например, гидротурбины, рис. 2.1. Чувствительным элементом здесь служит центробежный маятник 1. Муфта маятника *A* соединена рычагами *ABC* и *DEG* с золотником 10 и штоком поршня 7 гидроцилиндра 8. Рычагом *DEG* осуществляется отрицательная обратная связь от поршня гидроцилиндра к золотнику. При изменении нагрузки *H*, создаваемой приводимой от двигателя *D* машиной изменяется частота вращения вала и соединенного с ним вала центробежного маятника, что приводит к перемещению его муфты. Вместе с муфтой смещается из нейтрального положения и золотник, сообщая оду из полостей гидроцилиндра с напорной гидролинией 11, а противоположную полость со сливной гидролинией. Поршень 7 под действием возникшего в полостях гидроцилиндра 8 перепада давления перемещается, увеличивая или уменьшая открытие заслонки 9. Одновременно, вследствие движения точки *G* рычага, золотник будет возвращаться в нейтральное положение. Процесс регулирования закончится, когда система придет в установившееся состояние.

* В чувствительном элементе часто объединены датчик, реагирующий на изменение контролируемой величины, и задающее устройство, устанавливающее требуемое значение регулируемой величины.

Золотник с гидроцилиндром в данной схеме является усилителем. Причем одновременно гидроцилиндр выполняет функции исполнительного механизма, связанного с регулирующим органом – заслонкой 9.

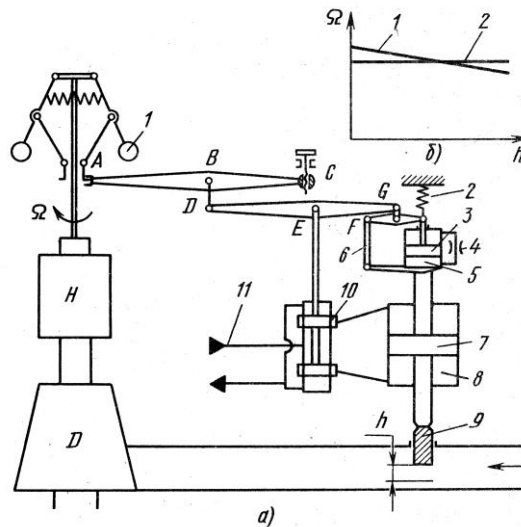


Рис. 2.1. Схема (а) и статическая характеристика (б) гидромеханического регулятора непрямого действия: 1 – центробежный маятник; 2 – пружина; 3, 4, 5 – поршень, дроссель и цилиндр катаракта; 6 – обратная связь по положению заслонки; 7 – поршень; 8 – гидроцилиндр; 9 – заслонка; 10 – золотник; 11 – гидролиния; D – двигатель; H – нагрузка

При изменении нагрузки изменяется расход рабочей среды, регулируемый заслонкой 9. Для поддержания требуемой скорости вращения заслонка будет занимать различные установившиеся положения при различных нагрузках. Но любому установившемуся положению заслонки соответствует одно и то же положение золотника – нейтральное. То есть равновесное положение точки E штока золотника должно быть неизменным. Однако точка G рычага DEG при перемещении штока гидроцилиндра, вследствие наличия рычага обратной связи 6, может занимать разные положения. Следовательно процесс регулирования закончится при такой угловой скорости, при которой муфта центробежного маятника займет согласованное между точками E и G положение. Из схемы регулятора следует, что при больших открытиях заслонки установившаяся скорость вращения вала будет меньше, чем при малых. Зависимость угловой скорости Ω от положения заслонки h показана на рис. 2.1, б (линия 1) и называется статической характеристикой регулятора. Если в точке F отключить обратную связь 6 и этот конец рычага закрепить на внешней неподвижной опоре, то теперь золотник может занимать нейтральное положение при любом положении задвижки 9 и одном и том же положении муфты A маятника и, следовательно, поддерживать постоянную величину угловой скорости при различных положениях заслонки 9. Статическая характеристика такого регулятора показана на рис. 2.1, б прямой 2.

В приведенной на рис. 2.1 схеме регулятора имеется еще изодромная связь, осуществляемая с помощью гидромеханического корректирующего устройства (катаракта), состоящего из цилиндра 5 и поршня 3. Цилиндр заполнен вязкой

жидкостью, а полости над и под поршнем соединены каналом с дросселем 4. Поршень корректирующего устройства соединен с концом рычага *DEG* и подвешен с помощью пружины 2 к внешней опоре, а его цилиндр связан со штоком поршня 7. При движении цилиндра 5 вследствие гидравлического сопротивления, создаваемого дросселем 4, давление в полости под поршнем изменится, что приведет к его перемещению, которое через рычаг *DEG* передается золотнику и тем самым обеспечивается отрицательная обратная связь, необходимая для устойчивой работы всей системы регулирования. После остановки поршня 7 гидроцилиндра, поршень 3 корректирующего устройства под действием пружины всегда возвращается в одно и то же положение.

Для изменения поддерживаемых регулятором значений угловой скорости вала двигателя может быть изменено положение точки *C* рычага *ABC*. При смещении точки *C* вверх установившиеся значения угловой скорости уменьшаются, при смещении вниз – увеличиваются. Таким образом положением точки *C* осуществляется задающее воздействие. Возмущающее же воздействие возникает вследствие изменения нагрузки на вал двигателя.

2.2. Уравнения динамики простой гидросистемы

Рассмотрим гидросистему, схема которой приведена на рис. 2.2. Система состоит из нерегулируемого дросселя с постоянным коэффициентом гидравлического сопротивления R_1 , регулируемого дросселя с переменным коэффициентом гидравлического сопротивления R_2 и гидроцилиндра, поршень которого сжимает пружину с жесткостью $C_{пр}$. Давление на входе в систему p_1 будем считать постоянным, а давление на выходе регулируемого дросселя – равным атмосферному. В данной системе входной величиной является гидравлическое сопротивление R_2 регулируемого дросселя, а выходной – перемещение гидроцилиндра y_n .

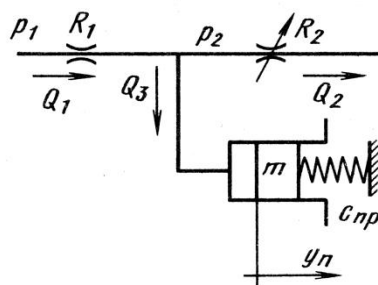


Рис. 2.2. Схема гидросистемы

Составим математическую модель данной системы. Из условия сохранения массы рабочего тела следует $Q_1 = Q_2 + Q_3$. Из гидравлики известно, что

$$Q_1 = \frac{\sqrt{p_1 - p_2}}{R_1}, \quad (2.1)$$

$$Q_2 = \frac{\sqrt{p_2}}{R_2}. \quad (2.2)$$

Если не учитывать сжимаемость жидкости, то изменение рабочего объема гидроцилиндра будет происходить только за счет ее поступления через дроссель R_2 :

$$F_{\text{ц}} \frac{dy}{dt} = Q_3, \quad (2.3)$$

где $F_{\text{ц}}$ – площадь гидроцилиндра.

Уравнение движения поршня запишем на основании второго закона Ньютона, пренебрегая трением поршня о стенки гидроцилиндра

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_{\text{ц}} p_2 - (P_0 + c_{\text{пр}} y), \quad (2.4)$$

где m – масса поршня; P_0 – сила сопротивления пружины при нулевом перемещении поршня $y = 0$.

Система (2.1)...(2.4) нелинейная, что затрудняет ее анализ. При линеаризации данной системы уравнений будем рассматривать малые отклонения y' , p'_2 , R'_2 относительно тех установившихся значений, которые они принимают при некоторой установившейся величине перемещения поршня $y = y_0$. Обозначим их через p_{20} и R_{20} . Тогда можем записать

$$y = y_0 + y', \quad p_2 = p_{20} + p'_2, \quad R_2 = R_{20} + R'_2. \quad (2.5)$$

Линеаризацию проведем путем разложения нелинейных членов в ряд Тейлора и отбрасывания членной ряда второго и более высокого порядков малости. В частности для расхода Q_2 имеем

$$Q_2 = Q_{20} + \left. \frac{\partial Q_2}{\partial R_2} \right|_{\substack{R_2=R_{20} \\ p_2=p_{20}}} R'_2 + \left. \frac{\partial Q_2}{\partial p_2} \right|_{\substack{R_2=R_{20} \\ p_2=p_{20}}} p'_2, \quad (2.6)$$

где Q_{20} – величина расхода при $R_2 = R_{20}$, $p_2 = p_{20}$. Выполняя дифференцирование, получим

$$Q_2 = Q_{20} - \frac{\sqrt{p_{20}}}{R_{20}^2} R'_2 + \frac{1}{2R_{20}\sqrt{p_{20}}} p'_2. \quad (2.7)$$

Аналогично, для расхода Q_1 имеем выражение

$$Q_1 = Q_{10} - \frac{1}{2R_1\sqrt{p_1 - p_{20}}} p'_2. \quad (2.8)$$

Подставим (2.7) и (2.8) в уравнение (2.3) и учтем, что $\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}$

$$F_{\text{ц}} \frac{dy'}{dt} = Q_{10} - \frac{1}{2R_1\sqrt{p_1 - p_{20}}} p'_2 - Q_{20} + \frac{\sqrt{p_{20}}}{R_{20}^2} R'_2 - \frac{1}{2R_{20}\sqrt{p_{20}}} p'_2. \quad (2.9)$$

Так как по условию при $y = y_0$ $dy/dt = 0$, то $Q_{20} = Q_{10}$. Тогда уравнение (2.9) примет вид

$$F_{\text{ц}} \frac{dy'}{dt} = -\frac{1}{2R_1\sqrt{p_1 - p_{20}}} p'_2 + \frac{\sqrt{p_{20}}}{R_{20}^2} R'_2 - \frac{1}{2R_{20}\sqrt{p_{20}}} p'_2. \quad (2.10)$$

Запишем уравнение движения поршня (2.4) в малых отклонениях.

$$m \frac{d^2 y'}{dt^2} = F_{\text{ц}}(p_{20} + p'_2) - [P_0 + c_{\text{пр}}(y_0 + y')]. \quad (2.11)$$

Так как при равновесии поршня $F_{\text{ц}}p_{20} = P_0 + c_{\text{пр}}y_0$, то (2.11) примет вид

$$m \frac{d^2 y'}{dt^2} = F_{\text{ц}}p'_2 - c_{\text{пр}}y'. \quad (2.12)$$

Исключая из (2.10) и (2.12) p'_2 , получим

$$F_{\text{ц}} \frac{dy'}{dt} = -\frac{1}{2R_1\sqrt{p_1 - p_{20}}} \left(\frac{m}{F_{\text{ц}}} \frac{d^2 y'}{dt^2} - \frac{c_{\text{пр}}}{F_{\text{ц}}} y' \right) + \frac{\sqrt{p_{20}}}{R_{20}^2} R'_2 - \frac{1}{2R_{20}\sqrt{p_{20}}} \left(\frac{m}{F_{\text{ц}}} \frac{d^2 y'}{dt^2} - \frac{c_{\text{пр}}}{F_{\text{ц}}} y' \right), \quad (2.13)$$

или, после упрощений

$$a_2 \frac{d^2 y'}{dt^2} + a_1 \frac{dy'}{dt} + a_0 y' = b_0 R'_2, \quad (2.14)$$

где введены обозначения

$$a_0 = \frac{c_{\text{пр}}}{F_{\text{ц}}} \left(\frac{1}{2R_1\sqrt{p_1 - p_{20}}} + \frac{1}{2R_{20}\sqrt{p_{20}}} \right);$$

$$a_1 = F_{\text{ц}};$$

$$a_2 = \frac{m}{F_{\text{ц}}} \left(\frac{1}{2R_1\sqrt{p_1 - p_{20}}} + \frac{1}{2R_{20}\sqrt{p_{20}}} \right);$$

$$b_0 = \frac{\sqrt{p_{20}}}{R_{20}^2}.$$

Разделив все члены уравнения (2.14) на a_0 , приведем его к стандартному виду

$$T_2^2 \frac{d^2 y'}{dt^2} + T_1 \frac{dy'}{dt} + y' = KR'_2, \quad (2.15)$$

где введены обозначения

$$T_2 = \sqrt{\frac{m}{c_{\text{пр}}}}; \quad T_1 = \frac{F_{\text{ц}}^2 R_0}{c_{\text{пр}}}; \quad K = \frac{R_0 F_{\text{ц}} \sqrt{p_{20}}}{R_{20}^2 c_{\text{пр}}};$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{2R_1\sqrt{p_1 - p_{20}}} + \frac{1}{2R_{20}\sqrt{p_{20}}}.$$

Если перейти в уравнении (2.15) к относительным переменным $\bar{y}' = y'/y_0$ и $\bar{R}' = R'_2/R_{20}$, то оно примет вид

$$T_2^2 \frac{d^2 \bar{y}'}{dt^2} + T_1 \frac{d\bar{y}'}{dt} + \bar{y}' = K_0 \bar{R}'_2, \quad (2.16)$$

где K_0 – коэффициент усиления, равный $K_0 = K \frac{R_{20}}{y_0}$.

Уравнение (2.16) можно заменить двумя уравнениями первого порядка, с двумя неизвестными $x_1 = \bar{y}'$ и $x_2 = d\bar{y}'/dt$:

$$\frac{d\bar{y}'}{dt} = x_2; \quad (2.17)$$

$$T_2^2 \frac{dx_2}{dt} + T_1 x_2 + x_1 = K_0 \bar{R}'. \quad (2.18)$$

Из (2.17) и (2.18) следует, что если известна пара переменных x_1 и x_2 в некоторый момент времени t_0 и входное воздействие для всех $t > t_0$, то можно однозначно определить все параметры системы и найти регулируемую величину \bar{y}' . Поэтому величины x_1 и x_2 называют параметрами состояния данной системы.

Системы, математическая модель которых сводится к уравнению второго порядка или, что тоже самое, к двум уравнениям первого порядка, называются *системами второго порядка*.

Если в рассматриваемой задаче пренебречь массой поршня, то вместо уравнения (2.16) получим уравнение первого порядка

$$T_1 \frac{d\bar{y}'}{dt} + \bar{y}' = K_0 \bar{R}'. \quad (2.19)$$

Такая система называется *системой первого порядка*.

2.3. Общая форма уравнений динамики линейных систем. Передаточная функция

Динамические свойства линейных систем описываются линейными неоднородными дифференциальными уравнениями. Если описываемые свойства физической систем зависят только от времени, то есть не зависят от пространственных координат, то ее динамика будет описываться системой линейных неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений, порядок которой равен количеству динамических свойств рассматриваемой физической системы. Как известно, система n линейных неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений может быть сведена к одному линейному неоднородному обыкновенному дифференциальному уравнению n -го порядка, которое в общем виде записывается следующим образом

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 u, \quad (2.20)$$

где a_i, b_i – постоянные коэффициенты; y – выходная величина системы; u – входное воздействие.

Общее решение уравнения (2.20) представляет собой сумму общего решения линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения $y_{св}$ и частного решения неоднородного $y_{в}$:

$$y(t) = y_{св}(t) + y_{в}(t). \quad (2.21)$$

Свободная составляющая решения $y_{\text{св}}$ описывает переходный процесс в системе при отсутствии внешних воздействий, она называется *свободной составляющей решения*. Вид решения $y_{\text{св}}$ зависит от вида корней характеристического уравнения однородной системы

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0. \quad (2.22)$$

Если корни характеристического уравнения λ_k различны, то

$$y_{\text{св}} = \sum_{k=1}^n C_k e^{\lambda_k t}, \quad (2.23)$$

где C_k – константы, определяемые из начальных условий

В случае, когда среди корней характеристического уравнения имеется корень λ_k кратности m , соответствующая этому корню свободная составляющая определяется по формуле

$$(C_1 + C_2 t + \dots + C_m t^{m-1}) e^{\lambda_k t}. \quad (2.24)$$

Если среди корней имеется пара сопряженно-комплексных:

$$\lambda_k = \alpha_k + i\omega_k, \quad \lambda_{k+1} = \alpha_k - i\omega_k,$$

то вместо соответствующих слагаемых

$$(C_k e^{i\omega_k t} + C_{k+1} e^{-i\omega_k t}) e^{\alpha_k t}$$

можно, воспользовавшись формулой Эйлера*, сразу записать:

$$e^{\alpha_k t} (C_k \sin \omega_k t + C_{k+1} \cos \omega_k t). \quad (2.25)$$

Относительно частного решения $y_{\text{в}}(t)$, которую называют *вынужденной или установившейся составляющей* можно сказать следующее.

Если правая часть уравнения (2.20) представляет собой функцию вида

$$f(t) = P(t) e^{\alpha t}, \quad (2.26)$$

где $P(t)$ – многочлен от t , а α не является корнем характеристического уравнения (2.20), то $y_{\text{в}}(t)$ следует искать в виде:

$$y_{\text{в}}(t) = Q(t) e^{\alpha t}, \quad (2.27)$$

где $Q(t)$ – многочлен от t той же степени, что и $P(t)$.

Если правая часть (2.20) представляет собой функцию вида:

$$f(t) = M \cos \beta t + N \sin \beta t, \quad (2.28)$$

где M и N постоянные числа, а β не является корнем характеристического уравнения (2.20), то частное решение имеет вид:

$$y_{\text{в}}(t) = A \cos \beta t + B \sin \beta t, \quad (2.29)$$

где A и B – постоянные неопределенные коэффициенты.

При анализе динамики линейных систем нашли широкое применение методы операционного исчисления и, в частности, преобразования Лапласа

* Формула Эйлера имеет вид $e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt, \quad (2.30)$$

которое переводит функцию действительного переменного $f(t)$ (функцию-оригинал) в функцию комплексной переменной $F(s)$ (функцию-изображение по Лапласу). Преобразование по Лапласу удобно тем, что позволяет свести решение дифференциального уравнения к решению обыкновенного алгебраического уравнения.

Преобразование Лапласа обладает рядом свойств, основные из которых следующие.

1. Умножение аргумента оригинала (изображения) на некоторое число приводит к делению аргумента изображения (оригинала) и изображения (оригинала) на это же число (теорема подобия):

$$f(at) \Rightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right);$$

$$\frac{1}{a} f\left(\frac{t}{a}\right) \Rightarrow F(as).$$

2. Изображение суммы конечного числа оригиналов равно сумме их изображений.

Если

$$f_1(t) \Rightarrow F_1(s) \text{ и } f_2(t) \Rightarrow F_2(s),$$

то

$$f_1(t) + f_2(t) \Rightarrow F_1(s) + F_2(s).$$

3. Изображение произведения оригинала на постоянную величину равно произведению изображения на эту постоянную

$$af(t) \Rightarrow aF(s).$$

4. Если оригинал смещается вдоль оси на величину τ , причем $f(t - \tau) = 0$ при $t < \tau$ и $f(t) \Rightarrow F(s)$, то

$$f(t - \tau) \Rightarrow e^{-\tau s} F(s).$$

5. Смещение изображения на s_0 приводит к умножению оригинала на $e^{s_0 t}$ (теорема смещения или затухания)

$$e^{s_0 t} f(t) \Rightarrow F(s - s_0),$$

где s_0 – любое комплексное число.

6. Теорема о предельном значении приводит к условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s).$$

7. Теорема о начальном значении дает

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s).$$

8. Изображение производных от оригиналов находится по теореме дифференцирования следующим образом:

$$f^{(n)}(t) \Rightarrow s^n F(s) - f(+0)s^{n-1} - f^{(+0)}s^{n-2} - \dots - f^{(+0)}s - f^{(+0)},$$

где $F(s) \Rightarrow f(t)$; $f^{(n)}(t)$ – производная n -го порядка от функции $f(t)$ по t ; $f(+0), \dots, f^{(+0)}$ – предельные значения, к которым стремятся функция-оригинал и ее производные, когда t стремятся к нулю справа. Эти значения можно назвать правосторонними начальными условиями.

При нулевых правосторонних начальных условиях

$$f(+0) = f^{(+0)} = \dots = f^{(+0)} = 0.$$

Теорема дифференцирования приводит к соотношению

$$f^{(n)}(t) \Rightarrow s^n F(s).$$

9. Интегрирование оригинала от нуля до переменной t соответствует в пространстве изображений делению изображения на s (теорема интегрирования для оригинала) при нулевых начальных условиях

$$\int_0^t f(\tau) d\tau \Rightarrow \frac{1}{s} F(s).$$

10. Изображение постоянной равно частному от деления этой постоянной на s

$$a \Rightarrow \frac{a}{s}.$$

11. Произведение двух изображений $F_1(s)$ и $F_2(s)$ также является изображением, которому соответствует свертывание оригиналов (теорема свертывания):

$$F_1(s)F_2(s) \Rightarrow \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau.$$

Интеграл в правой части этого соотношения называется сверткой функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ и обозначается следующим образом:

$$f_1 * f_2 = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau,$$

где τ – вспомогательное время, изменяющееся от нуля до текущего значения t . Свертка, как и произведение, обладает свойством коммутативности

$$f_1 * f_2 = f_2 * f_1$$

или

$$\int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau = \int_0^t f_2(\tau) f_1(t-\tau) d\tau$$

и свойством ассоциативности

$$(f_1 * f_2) * f_3 = f_1 * (f_2 * f_3).$$

Применив преобразование Лапласа к уравнению (2.20). Используя свойства 2, 3 и 8, получим

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0) U(s) \quad (2.31)$$

Из (2.31) находим

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{M(s)}{D(s)}, \quad (2.32)$$

где

$$M(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0;$$

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0.$$

Отношение изображения выходной величины к изображению входной величины называется *передаточной функцией*

$$W(s) = \frac{M(s)}{D(s)}. \quad (2.33)$$

Например, передаточная функция системы второго порядка, рассмотренной в п. 2.2, будет иметь вид

$$W(s) = \frac{y'_n(s)}{R'_2(s)} = \frac{K_0}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}.$$

2.4. Переходная и весовая функции

Виды внешних входных воздействий. Элементы и системы автоматического регулирования могут подвергаться различным воздействиям, которые в общем случае характеризуются произвольными функциями времени. Функция времени, определяющая изменение выходной величины при каком-либо воздействии, приложенном к элементу или системе, называется *откликом (реакцией)* элемента (системы) *на входное воздействие*. В теории автоматического регулирования широко используются методы изучения динамических свойств элементов и систем, основанные на определении откликов (реакций), вызванных определенными (детерминированными) типами воздействий.

В качестве типовых входных воздействий принимаются:

- *единичная ступенчатая функция* (единичный скачок);

$$u(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0; \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

- *единичная импульсная функция*;

$$u(t) = \delta(t) \quad (2.35)$$

- *воздействие с гармоническим изменением* входной величины.

Благодаря тому, что линейные системы обладают свойством суперпозиции, оказывается возможным определить реакцию системы на входное воздействие произвольной формы, если известна ее реакция на типовое воздействие. Реакция системы на ступенчатое (2.34) и импульсное (2.35) воздействия называются *временными характеристиками*, а реакция на гармоническое воздействие – *частотной характеристикой* системы.

Переходная характеристика. Отклик системы на единичное ступенчатое входное воздействие (2.34) называется *переходной функцией (характеристикой)* и обозначается $h(t)$.

Покажем, каким образом может быть определена реакция $y(t)$ линейной системы на произвольное входное воздействие $u(t)$, возникающее в момент времени $t = 0$, принятый за начало отсчета времени, если известна временная характеристика $h(t)$ этой системы (предполагается, что до момента возникновения возмущения система находится в покое).

Любое физически реализуемое входное воздействие, возникающее в момент времени $t = 0$, может быть приближенно заменено «лестничной» функцией (рис. 2.3), которая в свою очередь может быть представлена суммой ступенчатых функций величиной $u_0; \Delta u_1; \Delta u_2, \dots$, сдвинутых друг относительно друга на время Δt . Очевидно, выбрав величину Δt достаточно малой, можно достичь как угодно близкого совпадения «лестничной» и действительной функций.

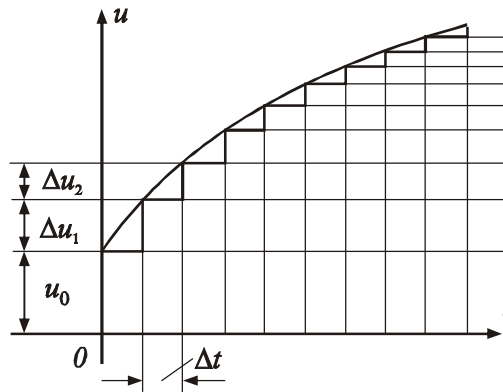


Рис. 2.3. Приближенная замена входного воздействия суммой ступенчатых воздействий

Каждое из полученных таким образом элементарных ступенчатых воздействий Δu_k вызовет изменение выходной величины системы y_k , которое будет отличаться от переходной характеристики системы только постоянным множителем Δu_k и, кроме того, будет сдвинуто относительно начала координат на время $k\Delta t$:

$$y_k = \Delta u_k h(t - k\Delta t). \quad (2.36)$$

Приближенное значение выходной величины системы $y(\tau)$ в некоторый произвольный момент времени $t = \tau = n\Delta t$ будет равно сумме значений всех y_k в этот момент:

$$y(\tau) \approx u_0 h(\tau) + \sum_{k=1}^n \Delta u_k h(\tau - k\Delta t). \quad (2.37)$$

Поскольку результат, полученный с помощью этой формулы, будет тем точнее, чем меньшей выбрана величина Δt , то, переписав ее в виде:

$$y(\tau) = u_0 h(\tau) + \sum_{k=1}^n \frac{\Delta u_k}{\Delta t} h(\tau - k\Delta t) \Delta t \quad (2.38)$$

и устремив в ней Δt к нулю, а n к бесконечности так, чтобы их произведение оставалось постоянным ($n\Delta t = \tau$), получим точную формулу:

$$y(\tau) = u_0 h(\tau) + \int_0^{\tau} \frac{du}{dt} h(\tau - t) dt, \quad (2.39)$$

где $\frac{du}{dt}$ – текущее значение скорости изменения входного воздействия.

Эта формула имеет название *интеграла Дюамеля*. С ее помощью можно найти реакцию системы на произвольное входное воздействие (если до этого она находилась в покое).

Из определения переходной характеристики следует, что она представляет собой решение дифференциального уравнения системы для единичного ступенчатого входного воздействия при нулевых начальных условиях. Для определения временной характеристики по известному дифференциальному уравнению целесообразно вначале записать передаточную функцию системы, после чего могут быть легко определены все необходимые данные для решения, если воспользоваться следующими правилами:

1. Левая часть характеристического уравнения системы является знаменателем передаточной функции.

2. Вынужденная составляющая решения h_b (то есть значение, к которому стремится переходная характеристика при $t \rightarrow \infty$ равна значению передаточной функции при $p = 0$:

$$h_b = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = W(p) \Big|_{p=0} = W(0). \quad (2.40)$$

3. Начальные значения переходной характеристики и $n - 1$ числа ее производных, которые необходимо знать для определения постоянных интегрирования, определяются из следующих формул:

$$h(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} W(p); \quad (2.41)$$

$$h'(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} [pW(p) - ph(0)]; \quad (2.42)$$

$$h''(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} [p^2W(p) - p^2h(0) - ph'(0)]; \quad (2.43)$$

$$h'''(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} [p^3W(p) - p^3h(0) - p^2h'(0) - ph''(0)], \quad (2.44)$$

и т. д.

Изображение по Лапласу единичной ступенчатой функции на основании [свойства 10 преобразования](#) равно

$$1(t) \Rightarrow \frac{1}{s}. \quad (2.45)$$

Тогда изображение переходной функции $H(s)$ системы с передаточной функцией $W(s)$ можно представить в виде

$$H(s) = W(s)/s. \quad (2.46)$$

Весовой функцией называется реакция системы на единичное импульсное воздействие (2.35). Единичная импульсная функция (дельта-функция Дирака) представляет собой особый вид функции, равной нулю всюду, кроме точки $t = 0$, где она стремится к бесконечности так, что интеграл от нее на любом интервале, включающем точку $t = 0$, равен единице:

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t) dt = 1 \quad \text{при любом } \varepsilon > 0. \quad (2.47)$$

Согласно теории обобщенных функций, дельта-функция также является производной от единичной ступенчатой функции.

Весовую функцию можно определить следующим образом. Предположим, что воздействием являются смещенные относительно друг друга ступенчатые функции $K1(t)$ и $-K1(t - \Delta t)$, (рис. 2.4). Изменение выходной величины во времени при таком воздействии определяется по разности соответствующих переходных функций:

$$y(t) = Kh(t) - Kh(t - \Delta t). \quad (2.48)$$

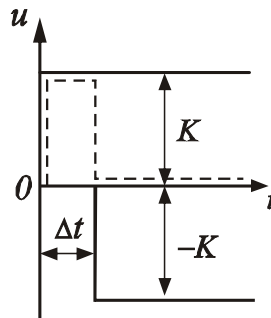


Рис. 2.4. Замена импульсного воздействия двумя ступенчатыми воздействиями

Если теперь увеличивать высоту скачка K и одновременно уменьшать величину смещения Δt так, чтобы площадь $K \Delta t$ под графиком суммарного воздействия (штриховая прямая на рис. 2.4) равнялась единице, то будем приближаться к единичному импульсному воздействию. Умножив и разделив правую часть зависимости (2.48) на Δt , и перейдя к пределу, получим весовую функцию

$$w(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{K \Delta t [h(t) - h(t - \Delta t)]}{\Delta t} = \frac{dh}{dt}. \quad (2.49)$$

Отклик системы $w(t)$ на единичное импульсное воздействие также называют *импульсной переходной функцией*.

Выполнив преобразование по Лапласу от обеих частей (2.49), получим*

$$W(s) = sH(s). \quad (2.50)$$

Подставив в (2.50) $H(s)$ из (2.46), нетрудно заметить, что преобразование по Лапласу от импульсной переходной функции равно передаточной функции системы:

* Учитывается [свойство 8 преобразования](#).

$$W(s) = \int_0^{\infty} w(t) e^{-st} dt. \quad (2.51)$$

В соответствии с определением передаточной функции имеем

$$Y(s) = W(s)U(s). \quad (2.52)$$

Отсюда, учитывая [свойство 11 преобразований](#) (оригинал от произведения изображений) и выражение (2.51) для передаточной функции, получим следующую формулу для определения реакции системы на входное воздействие произвольной формы $u(t)$

$$y(t) = \int_0^t w(t-\tau)u(\tau)d\tau = \int_0^t w(\tau)u(t-\tau)d\tau. \quad (2.53)$$

2.5. Частотные характеристики линейных систем

Наиболее часто при исследовании динамических свойств систем применяют гармоническое входное воздействие

$$u = a_u \sin \omega t, \quad (2.54)$$

где a_u , ω – амплитуда и угловая частота входного воздействия.

Изменение выходной характеристики устойчивой линейной системы при входном воздействии (2.54) и $t \rightarrow \infty$ будет описываться соотношением

$$y(t) = y_B = a_y \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.55)$$

где a_y , φ – амплитуда выходной величины и сдвиг ее по фазе относительно входной величины.

Пусть на вход системы подается сумма двух гармонических воздействий. С использованием экспоненциального представления комплексного числа, можем представить эту сумму двух гармонических воздействий в виде*

$$u = a_u e^{j\omega t}. \quad (2.56)$$

Тогда выходная величина при подаче на вход системы воздействия (2.56), благодаря свойству линейности системы, запишется в виде

$$y_B = a_y e^{j(\omega t + \varphi)}. \quad (2.57)$$

Подставим выражения (2.56) и (2.57) в уравнение (2.20)

$$\begin{aligned} & \left[a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0 j\omega \right] a_y e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \\ & = \left[b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0 j\omega \right] a_u e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2.58)$$

Из (2.58) можем получить следующую комплексную функцию

$$W(j\omega) = \frac{a_y}{a_u} e^{j\varphi} = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0}, \quad (2.59)$$

* Данное утверждение следует из формулы Эйлера $e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$.

которая называется амплитудно-фазовой частотной характеристикой (АФЧХ) и представляет собой зависимость от частоты входного воздействия относительной амплитуды выходной величины $A(\omega) = a_y/a_u$ и фазового сдвига $\varphi(\omega)$ гармонических колебаний выходной величины относительно входной величины, то есть

$$W(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \quad (2.60)$$

Зависимость относительной амплитуды выходного сигнала от частоты входной величины $A(\omega)$ называется амплитудной частотной характеристикой (АЧХ), а зависимость угла фазового сдвига от частоты $\varphi(\omega)$ называется фазовой частотной характеристикой (ФЧХ).

При некоторой фиксированной частоте $\omega = \omega_0$ АФЧХ представляет собой комплексное число, которое на комплексной плоскости можно изобразить в виде вектора, модуль которого равен $A(\omega_0) = a_y(\omega_0)/a_u(\omega_0)$, а угол между данным вектором и действительной осью равен $\varphi(\omega_0)$. Годограф этого вектора при изменении частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$ и представляет собой графическое изображение АФЧХ. Пример АФЧХ системы третьего порядка, то есть при показателе степени в формуле (2.59) $n = 3$, приведен на рис. 2.5. Обычно рассматривают амплитудно-фазовые характеристики при положительных значениях частоты. Так как $W(j\omega)$ и $W(-j\omega)$ комплексно сопряженные величины, то АФЧХ при отрицательных значениях частоты является зеркальным отражением относительно действительной оси своего изображения, соответствующего положительному диапазону частот. При нулевой частоте $\omega = 0$ модуль АФЧХ, как следует из (2.59), равен коэффициенту передачи $K = b_0/a_0$.

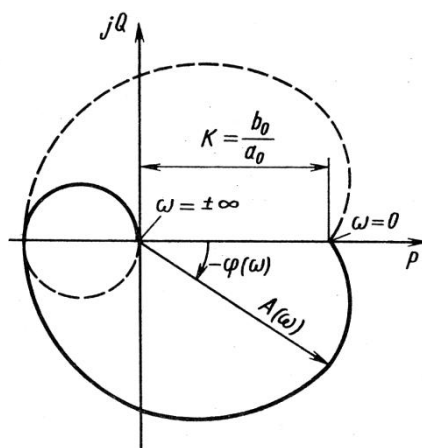


Рис. 2.5. Амплитудно-фазовая частотная характеристика системы третьего порядка: сплошная кривая – $\omega = 0 \dots \infty$; пунктир – $\omega = 0 \dots -\infty$

Выделяя в комплексной функции действительную и мнимую части, можем представить АФЧХ и в следующем виде

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega). \quad (2.61)$$

Между формами записи АФЧХ (2.60) и (2.61) существует очевидная связь

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}; \quad (2.62)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} + k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (2.63)$$

Функции $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ называют *действительной и мнимой частотными характеристиками* соответственно.

Из сравнения формул (2.33) и (2.59) видно, что АФЧХ можно получить непосредственно из передаточной функции, если положить $s = j\omega$.

2.6. Логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики

Графики амплитудных и фазовых частотных характеристик удобно строить в логарифмических координатах, в которых величина $A(\omega)$ измеряется в децибелах (дБ). Связь между обычным значением $A(\omega)$ и измеренным в децибелах, которое обозначается $L(\omega)$, устанавливается соотношением

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega). \quad (2.64)$$

Частоты по оси ординат также откладываются в логарифмическом масштабе, но их размерность указывается в рад/с или в Гц. Диапазоны частот разделяют на *октавы* и *декады**.

Значения фаз при построении фазовых частотных характеристик откладывают по оси ординат в градусах или в радианах в обычном масштабе.

При построении ЛАЧХ какого либо звена системы сначала проводят асимптоты, то есть прямые, к которым стремятся характеристики этого звена при $\omega \rightarrow \infty$ и $\omega \rightarrow 0$. Асимптоты в зависимости от типа звена имеют различный наклон, который указывают на графике в приращениях $L(\omega)$, приходящихся на одну декаду или октаву. Величины наклонов для асимптот типовых звеньев: 0 дБ/дек; - 20 дБ/дек (- 6 дБ/окт); - 40 дБ/дек (- 12 дБ/окт); + 20 дБ/дек (+ 6 дБ/окт); + 40 дБ/дек (+ 12 дБ/окт); и т. д.

Минимально-фазовые системы. Если передаточная функция линейной системы

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{M(s)}{D(s)} \quad (2.65)$$

такова, что корни $M(s)$ и $D(s)$ имеют отрицательную вещественную часть, то между амплитудными и фазовыми частотными характеристиками имеется *однозначная связь*, которая устанавливается теоремой Боде. Звенья и системы, удовлетворяющие теореме Боде, называются *минимально-фазовыми*, так как у них каждому значению $A(\omega)$ соответствует наименьшее значение $\varphi(\omega)$.

* Октава – диапазон частот, которые отличаются друг от друга в два раза, а декада дает диапазон частот, отличающихся в 10 раз.

Элементы и системы, передаточные функции которых имеют нули справа от мнимой оси комплексной плоскости, называются *неминимально-фазовыми*.

2.7. Частотные характеристики систем первого и второго порядка

Система первого порядка. Передаточная функция такой системы имеет вид

$$W(s) = \frac{K}{T_1 s + 1}. \quad (2.66)$$

Подставив в (2.66) $s = j\omega$, находим АФЧХ системы первого порядка

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega T_1 + 1} = \frac{K}{1 + \omega^2 T_1^2} - j \frac{K\omega T_1}{1 + \omega^2 T_1^2}. \quad (2.67)$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}}. \quad (2.68)$$

Фазовая частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega T_1. \quad (2.69)$$

Найдем логарифмическую амплитудную характеристику.

$$L(\omega) = 20 \lg K - 10 \lg \left[1 + (\omega T_1)^2 \right]. \quad (2.70)$$

Для построения графика ЛАЧХ найдем асимптоты:

- низкочастотная (при $\omega \rightarrow 0$, $T_1 \omega \ll 1$)

$$L_1(\omega) = 20 \lg K. \quad (2.71)$$

- высокочастотная (при $\omega \rightarrow \infty$, $T_1 \omega \gg 1$)

$$L_2(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \omega T_1. \quad (2.72)$$

Выбрав некоторое значение ω_2 , а затем значение $10\omega_2$, найдем, что изменение $L_2(\omega)$ составит

$$\begin{aligned} L_2(10\omega_2) - L_2(\omega_2) &= -20 \lg(10\omega_2 T_1) + 20 \lg(\omega_2 T_1) = \\ &= -20 \lg \frac{10\omega_2 T_1}{\omega_2 T_1} = -20 \text{ дБ}. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Следовательно, наклон высокочастотной асимптоты составит -20 дБ/дек. Низкочастотная и высокочастотная асимптоты пересекаются в точке $\omega_1 = 1/T_1$. Эта частота называется *сопрягающей частотой*, при которой ЛАЧХ имеет наибольшее отклонение от асимптот, равное

$$\Delta L(\omega_1) = -10 \lg \left[1 + \left(\frac{1}{T_1} T_1 \right)^2 \right] = -10 \lg 2 \approx -3 \text{ дБ}. \quad (2.74)$$

Графики АФЧХ системы первого порядка приведены на рис. 2.6.

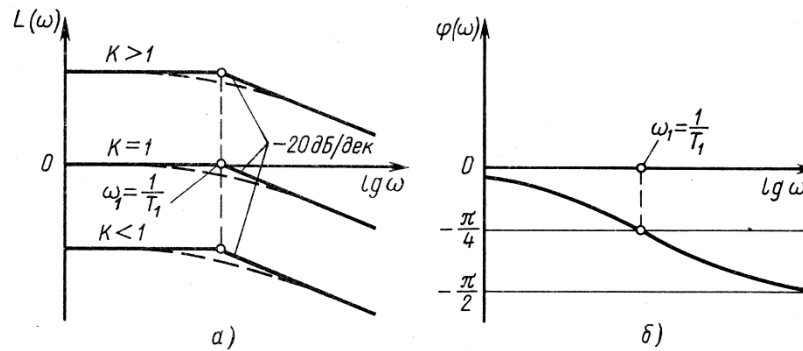


Рис. 2.6. Логарифмические амплитудная и фазовая характеристики системы первого порядка

Система второго порядка. Динамика системы второго порядка описывается уравнением

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = Ku. \quad (2.75)$$

Изменим несколько форму уравнения. Для этого обозначим $T = T_2$, $\xi = T_1 / (2T)$. Последний параметр называется коэффициентом относительного демпфирования. После подстановки этих величин в уравнение (2.75), получим

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y = Ku. \quad (2.76)$$

Передаточная функция, соответствующая уравнению (2.76), имеет вид

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2T\xi s + 1}. \quad (2.77)$$

При $s = j\omega$ передаточная функция превращается в АФЧХ

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 - \omega^2 T^2 + j\omega 2T\xi}. \quad (2.78)$$

Избавляясь от мнимости в знаменателе, получим вещественную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ части АФЧХ

$$P(\omega) = \frac{K(1 - \omega^2 T^2)}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\xi\omega T)^2}; \quad (2.79)$$

$$Q(\omega) = -\frac{2K\xi\omega T}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\xi\omega T)^2}. \quad (2.80)$$

График АФЧХ показан на рис. 2.7. Как можно заметить, вид АФЧХ зависит от коэффициента относительного демпфирования ξ .

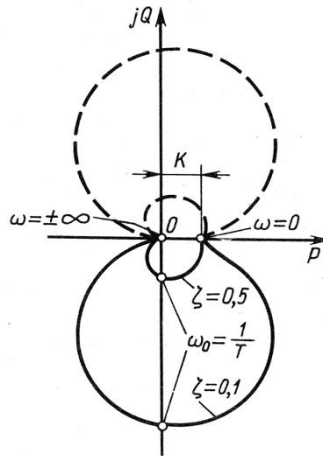


Рис. 2.7. Амплитудно-фазовая характеристики системы второго порядка

Амплитудная и фазовая частотная характеристика определяется формулами

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\xi\omega T)^2}}; \quad (2.81)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi\omega T}{1 - \omega^2 T^2}, \quad \omega T \leq 1; \quad (2.82)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi\omega T}{1 - \omega^2 T^2} - \pi, \quad \omega T > 1. \quad (2.83)$$

Логарифмические амплитудные характеристики системы второго порядка имеют следующее уравнение

$$L(\omega) = 20\lg K - 10\lg \left[(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\xi\omega T)^2 \right]. \quad (2.84)$$

Из (2.84) находим уравнения асимптот:

- низкочастотных (при $\omega \rightarrow 0, T\omega \ll 1$)

$$L_1(\omega) = 20\lg K. \quad (2.85)$$

- высокочастотная (при $\omega \rightarrow \infty, T\omega \gg 1$)

$$L_2(\omega) = 20\lg K - 40\lg \omega T. \quad (2.86)$$

Наклон высокочастотной асимптоты найдем, вычислив по формуле (2.86) значение $L_2(\omega_1 T)$ и $L_2(10\omega_1 T)$:

$$L_2(10\omega_1 T) - L_2(\omega_1 T) = -40\lg 10\omega_1 T + 40\lg \omega_1 T = -40\lg \frac{10\omega_1 T}{\omega_1 T} = -40 \text{ дБ}. \quad (2.87)$$

То есть наклон высокочастотной асимптоты составляет -40 дБ/дек. ЛАФЧХ системы второго порядка приведена на рис. 2.8.

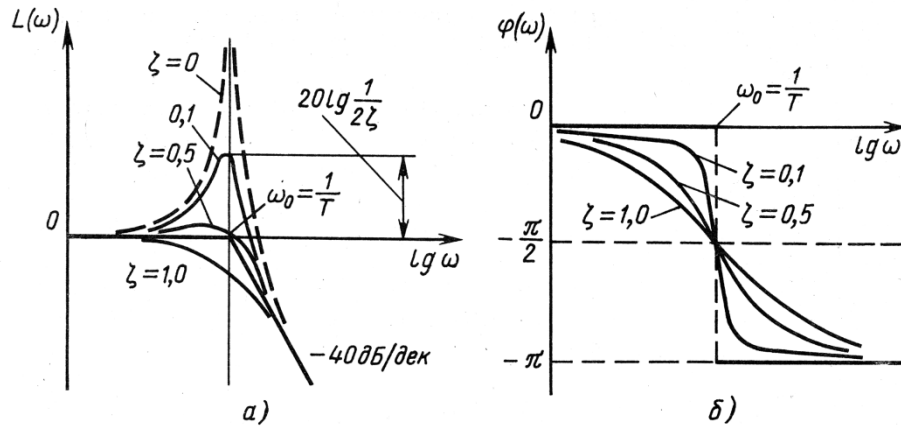


Рис. 2.8. Логарифмические амплитудная и фазовая характеристики системы второго порядка

При $K = 1$ низкочастотная асимптота совпадает с осью абсцисс и пересекается с высокочастотной асимптотой в точке $\omega_0 = 1/T$. Наибольшее отклонение от асимптот АФЧХ имеет в окрестности ω_0 и это отклонение зависит от ξ . Если коэффициент относительного демпфирования $0 < \xi < 1$, то АЧХ имеет резонансный пик. Значение резонансной частоты найдем из условия минимума знаменателя (2.81):

$$\frac{-2(1 - \omega_p^2 T^2)2\omega_p T^2 + 8\xi^2 \omega_p T^2}{2\sqrt{(1 - \omega_p^2 T^2)^2 + (2\xi \omega_p T)^2}} = 0. \quad (2.88)$$

Откуда следует

$$\omega_p = \frac{1}{T} \sqrt{1 - 2\xi^2} = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}. \quad (2.89)$$

Таким образом, для систем второго порядка, у которых коэффициент относительного демпфирования лежит в диапазоне $0 < \xi < 1$, существуют три характерные частоты: частота свободных колебаний ω_c при переходном процессе, собственная частота ω_0 , совпадающая с сопрягающей частотой, и резонансная частота ω_p . При $\xi = 0$ все три частоты равны ω_0 , а амплитудная характеристика имеет разрыв (штриховая линия на рис. 2.8, а). При $\xi > 1$ резонансный пик отсутствует и ЛАХ приближается к своим асимптотам снизу (см. рис. 2.8, а).

Если коэффициент усиления $K \neq 1$, то график ЛАХ сдвигается вверх (при $K > 1$) или вниз (при $K < 1$) на величину $20 \lg K$.

Логарифмическая фазовая частотная характеристика, построенная по уравнениям (2.82) и (2.83), показана на рис. 2.8, б. ЛФЧХ изменяется от 0 до $-\pi$. При $\omega = \omega_0$ $\varphi = -\pi/2$. Крутизна характеристики увеличивается с уменьшением ξ .

Для рассмотренной в разделе 2.2 гидравлической системы частота ω_0 зависит от массы поршня и жесткости пружины

$$\omega_0 = \frac{1}{T_2} = \sqrt{\frac{c_{\text{пр}}}{m}},$$

а коэффициент относительного демпфирования при сохранении размеров поршня и жесткости пружины определяется гидравлическим сопротивлением R_0

$$\xi = \frac{T_1}{2T_2} = \frac{F_{\text{ц}}^2 R_0}{2\sqrt{mc_{\text{пр}}}}.$$

2.8. Типовые звенья

Интегрирующее звено. Динамические характеристики интегрирующего звена описываются уравнением

$$T \frac{dy}{dt} = u. \quad (2.90)$$

Передаточная функция, соответствующая этому уравнению

$$W(s) = \frac{1/T}{s} = \frac{K_v}{s}. \quad (2.91)$$

Переходная характеристика

$$h(t) = K_v t. \quad (2.92)$$

Весовая характеристика найдется дифференцированием (2.92)

$$w(t) = K_v. \quad (2.93)$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика

$$W(j\omega) = \frac{K_v}{j\omega} = -j \frac{K_v}{\omega}, \quad (2.94)$$

откуда следует, что при всех частотах $\omega \geq 0$ фазовая частотная характеристика имеет постоянное значение

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}. \quad (2.95)$$

Амплитудная частотная характеристика определяется выражением

$$A(\omega) = \frac{K_v}{\omega}. \quad (2.96)$$

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика имеет вид

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{1}{T\omega} = -20 \lg T\omega = -20 \lg \frac{\omega}{K_v}. \quad (2.97)$$

Наклон ЛАЧХ найдем из (2.97)

$$\frac{\Delta L(\omega)}{\Delta \omega} = \frac{-20 \lg 10T\omega_1 + 20 \lg T\omega_1}{10\omega_1 - \omega_1} = -20 \frac{\lg 10}{\text{дек}} = -20 \text{ дБ/дек}. \quad (2.98)$$

Вид динамических характеристик интегрирующего звена показан на рис. 2.9.

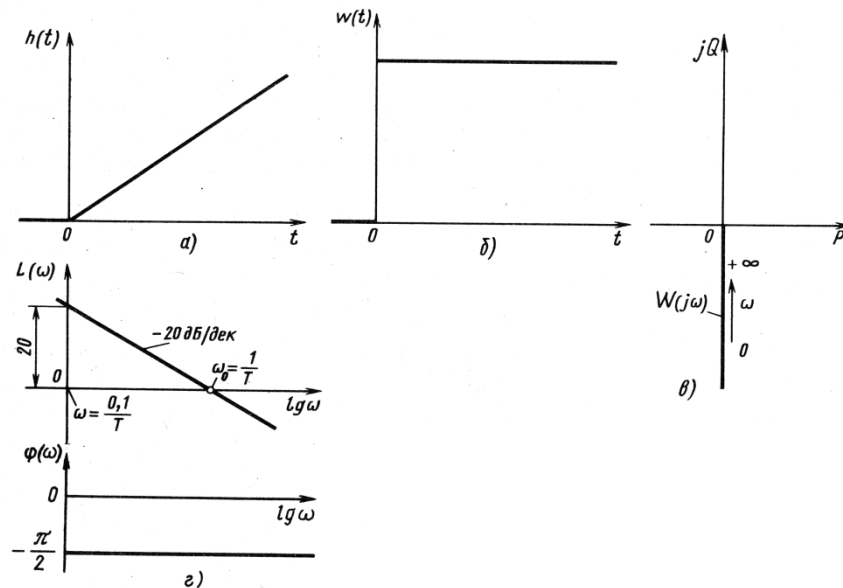


Рис. 2.9. Характеристики интегрирующего звена: а – переходная; б – весовая; в – амплитудно-фазовая; г – логарифмические, амплитудная и фазовая

Примером интегрирующего звена является гидравлический механизм, состоящий из золотника и ненагруженного гидроцилиндра, рис. 2.10.

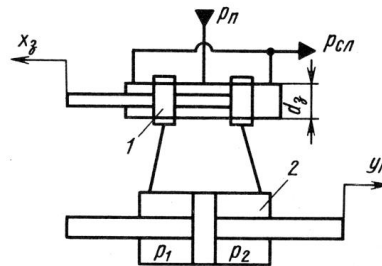


Рис. 2.10. Гидравлический механизм, как пример интегрирующего звена

Действительно, при смещении золотника из нейтрального положения расход рабочей жидкости, протекающей через окна в его втулке и поступающей в гидроцилиндр, равен

$$Q_3 = \mu_3 b_{\text{ок}} x \sqrt{\frac{p_n - p_{\text{сл}}}{\rho}} \quad (2.99)$$

где μ_3 – коэффициент расхода; $b_{\text{ок}}$ – ширина окон во втулке; x – смещение золотника; p_n – давление в напорной гидролинии; $p_{\text{сл}}$ – давление на сливе.

По условию неразрывности и несжимаемости жидкости имеем

$$Q_3 = F_{\text{ц}} \frac{d y_{\text{п}}}{d t}, \quad (2.100)$$

где $F_{\text{ц}}$ – площадь поршня; $y_{\text{п}}$ – смещение поршня.

Из (2.100) и (2.99) следует

$$T \frac{d y_{\text{п}}}{d t} = x, \quad (2.101)$$

где $T = \frac{F_{ц}}{\mu_3 b_{ок} \sqrt{\frac{p_H - p_{сл}}{\rho}}}$ – постоянная времени гидравлического механизма.

Уравнение (2.101) представляет собой уравнение интегрирующего звена.

Дифференцирующее звено. Уравнение динамики дифференцирующего звена имеет вид

$$y = T \frac{du}{dt}, \quad (2.102)$$

которому соответствует передаточная функция

$$W(s) = Ts. \quad (2.103)$$

Переходная функция и весовая функция определяются соотношениями

$$h(t) = T\delta(t); \quad (2.104)$$

$$w(t) = T \frac{d\delta(t)}{dt}. \quad (2.105)$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика

$$W(j\omega) = jT\omega. \quad (2.106)$$

Как видно частотные характеристики дифференцирующего звена являются обратными по отношению к интегрирующему звену, поэтому сразу можем записать

$$\varphi = +\frac{\pi}{2}; \quad (2.107)$$

$$L(\omega) = 20 \lg T\omega. \quad (2.108)$$

Апериодическое звено первого порядка имеет уравнение

$$T \frac{dy}{dt} + y = Ku, \quad (2.109)$$

которому соответствует передаточная функция

$$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}. \quad (2.110)$$

Название звена связано с характером графика переходной функции. Свойства таких звеньев рассмотрены ранее на примере гидросистемы первого порядка.

Форсирующее звено первого порядка описывается уравнением

$$y = K \left(T \frac{du}{dt} + u \right). \quad (2.111)$$

Передаточная функция

$$W(s) = K(Ts + 1). \quad (2.112)$$

Переходная и весовая характеристика находится, как сумма соответствующих характеристик пропорционального и дифференцирующего звеньев

$$h(t) = K[\delta(t) + 1(t)]; \quad (2.113)$$

$$w(t) = K \left[T \frac{d\delta(t)}{dt} + \delta(t) \right]. \quad (2.114)$$

Амплитудно-фазовая характеристика получается из (2.112) при $p = j\omega$

$$W(j\omega) = K + jKT\omega. \quad (2.115)$$

ЛАЧХ и ЛФЧХ могут быть определены, как обратные по отношению к таким же характеристика аperiodического звена. ЛАЧХ имеет асимптоты:

$$L_1(\omega) = 0 \text{ при } \omega < \frac{1}{T} \text{ и } L_2(\omega) = 20 \lg \omega T \text{ при } \omega > \frac{1}{T}.$$

Частотные характеристики форсирующего звена при $K=1$ приведены на рис. 2.11

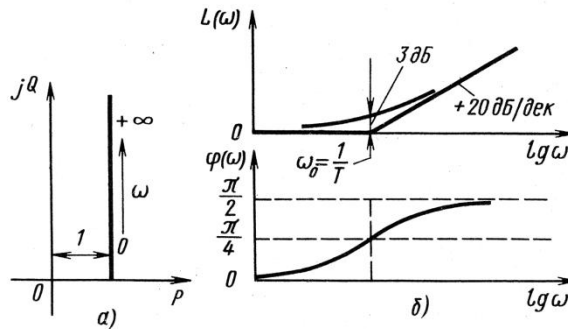


Рис. 2.11. Частотные характеристики форсирующего звена

Колебательное и аperiodическое звенья второго порядка. Поведение данных звеньев описывается следующим уравнением

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y = Ku. \quad (2.116)$$

Звено называют *колебательным*, если коэффициент относительного демпфирования ξ изменяется в диапазоне $0 < \xi < 1$. График переходной характеристики при этом имеет вид затухающих колебаний. При $\xi > 1$ звено называется *аperiodическим звеном второго порядка*, и график переходной характеристики такого звена представляет собой аperiodическую функцию. При $\xi = 0$ звено становится *консервативным*. Переходный процесс в таком звене имеет вид незатухающих гармонических колебаний.

Переходная характеристика звена имеет вид:

- при $\xi \geq 1$

$$h(t) = 1 + C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}; \quad (2.117)$$

$$C_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad C_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1};$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm \sqrt{\frac{\xi^2 - 1}{T^2}};$$

- при $\xi = 1$ (критическое затухание)

$$h(t) = 1 - e^{-t/T} \left(1 + \frac{t}{T} \right); \quad (2.118)$$

- при $\xi < 1$

$$h(t) = K \left[1 - e^{-\alpha t} \left(\cos \omega_c t + \frac{\alpha}{\omega_c} \sin \omega_c t \right) \right]; \quad (2.119)$$

$$\alpha = \frac{\xi}{T}; \quad \omega_c = \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2}.$$

Колебательное звено, как система второго порядка имеет три характерных частоты: резонансную ω_p , сопрягающую частоту ω_0 , совпадающую с частотой незатухающих колебаний, и частоту свободных затухающих колебаний ω_c .

Передающая функция звена имеет вид

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}. \quad (2.120)$$

Частотные характеристики были рассмотрены ранее при анализе свойств гидросистемы второго порядка.

Логарифмическая амплитудная характеристика аperiodического звена второго порядка при $\xi \geq 1$ может быть построена с помощью трех прямых, уравнения которых найдем, представив передающую функцию в виде

$$W(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (2.121)$$

где $T_1 = \frac{1}{\lambda_1}$, $T_2 = \frac{1}{\lambda_2}$, а λ_1, λ_2 – корни характеристического уравнения. Амплитудно-фазовая частотная характеристика, соответствующего уравнению (2.121), имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{K}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}. \quad (2.122)$$

Нетрудно заметить, что передающая функция (2.121) и АФЧХ (2.122) представляют собой произведения соответствующих функций двух аperiodических звеньев первого порядка. С другой стороны известно, что при произведении двух комплексных величин из амплитуды перемножаются, а фазовые углы складываются. Следовательно, АЧХ аperiodического звена второго порядка можно представить, как произведение АЧХ двух аperiodических звеньев первого порядка. То есть искомая ЛАЧХ запишется следующим образом

$$L(\omega) = 20 \lg K - 10 \lg(1 + T_1^2 \omega^2) - 10 \lg(1 + T_2^2 \omega^2). \quad (2.123)$$

Примем, для определенности, $T_1 > T_2$. Тогда для частот $\omega < 1/T_1$ получим уравнение низкочастотной асимптоты

$$L_1(\omega) = 20 \lg K, \quad \text{при } K = 1 \quad L_1(\omega) = 0. \quad (2.124)$$

В диапазоне частот $1/T_1 < \omega < 1/T_2$ ($K = 1$) проводится вторая асимптота

$$L_2(\omega) = -20 \lg \omega T_1, \quad (2.125)$$

а в диапазоне частот $\omega > 1/T_2$ ($K = 1$)

$$L_3(\omega) = -20 \lg \omega T_1 - 20 \lg \omega T_2. \quad (2.126)$$

Уравнение (2.126) показывает, что наклон высокочастотной асимптоты составляет -40 дБ/дек. Асимптотическая ЛАЧХ апериодического звена второго порядка при $K = 1$ показана на рис. 2.12.

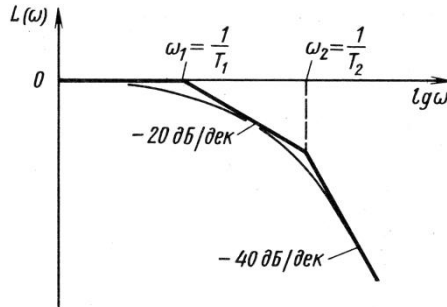


Рис. 2.12. Асимптотическая логарифмическая амплитудная характеристика апериодического звена второго порядка

Форсирующее звено второго порядка является обратным по отношению к колебательному и апериодическому звену, то есть его передаточная функция имеет вид

$$W(s) = T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1. \quad (2.127)$$

Его частотные характеристики приведены на рис. 2.13.

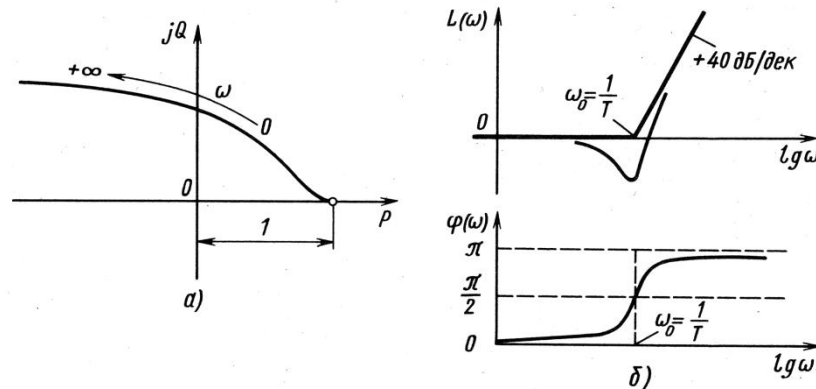


Рис. 2.13. Частотные характеристики форсирующего звена второго порядка

2.9. Соединения звеньев

Математические модели систем автоматического регулирования для наглядности представляют *структурными схемами*, в которых динамические звенья могут быть соединены параллельно, последовательно или соединены с использованием обратной связи.

Последовательное соединение – соединение, при котором выходная величина предыдущего звена является входной для последующего. Передаточная функция

последовательного соединения $W(s)$ равна произведению передаточных функций звеньев $W_k(s)$, входящих в соединение:

$$W(s) = \prod_{k=1}^n W_k(s). \quad (2.128)$$

Аналогичное уравнение справедливо и для АФЧХ. Следовательно, для АЧХ и ФЧХ имеем выражения

$$A(\omega) = \prod_{k=1}^n A_k(\omega); \quad (2.129)$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{k=1}^n \varphi_k(\omega). \quad (2.130)$$

Из (2.129) следует, что ЛАЧХ при последовательном соединении звеньев складываются.

Примером последовательного соединения звеньев является гидравлическое корректирующее устройство – катаракт, рис. 2.14.

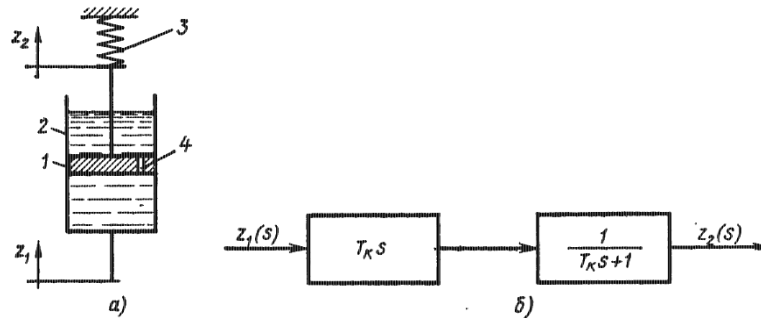


Рис. 2.14. Конструктивная (а) и структурная (б) схема катаракта

Определим его передаточную функцию, пренебрегая массой поршня и силой трения. В этом случае уравнение сил, действующих на поршень, имеет вид

$$F_{\text{п}} \Delta p - c_{\text{пр}} z_2 = 0, \quad (2.131)$$

где Δp – перепад давлений на поршне; $F_{\text{п}}$ – его площадь; $c_{\text{пр}}$ – жесткость пружины; z_2 – деформация пружины. Перепад давлений определяет расход жидкости через дроссель, выражение для которого при ламинарном режиме течения имеет вид линейной функции

$$Q_{\text{др}} = k_{\text{др}} \Delta p, \quad (2.132)$$

где $k_{\text{др}}$ – проводимость дросселя. Расход через дроссель определяет перемещение катаракта:

$$Q_{\text{др}} = F_{\text{п}} \frac{d(z_1 - z_2)}{dt}. \quad (2.133)$$

Из уравнений (2.131)...(2.133) находим

$$T_{\text{к}} \frac{dz_2}{dt} + z_2 = T_{\text{к}} \frac{dz_1}{dt}, \quad (2.134)$$

где $T_k = \frac{F_{\text{п}}^2}{k_{\text{др}} c_{\text{пр}}}$ – постоянная времени катаракта.

Отсюда следует передаточная функция катаракта

$$W(s) = \frac{T_k s}{T_k s + 1}. \quad (2.135)$$

Как видим, она представляет собой произведение передаточных функций аperiодического звена первого порядка и дифференцирующего звена. Следовательно, можем считать катаракт, как последовательное соединение этих звеньев.

Такое соединение называется реальное дифференцирующее (инерционно-дифференцирующее) звено. Частотные характеристики такого звена приведены на рис. 2.15.

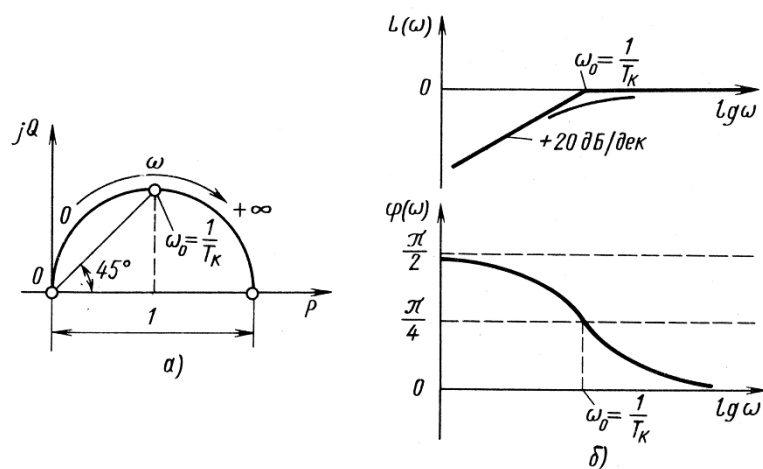


Рис. 2.15. Частотные характеристики реального дифференцирующего звена

Параллельное соединение звеньев – соединение при котором входная величина имеет одинаковое значение для всех звеньев, а выходная является алгебраической суммой выходных величин. Тогда передаточная функция соединения равна сумме передаточных функций звеньев, входящих в соединение:

$$W(s) = \sum_{k=1}^n W_k(s). \quad (2.136)$$

В соответствии с принципом суперпозиции переходная и весовая характеристики параллельного соединения также представляют собой сумму соответствующих характеристик входящих в соединение звеньев

$$h(t) = \sum_{k=1}^n h_k(t); \quad w(t) = \sum_{k=1}^n w_k(t). \quad (2.137)$$

Соединение с обратной связью имеет прямую цепь передачи сигнала и цепь обратной связи, которая может быть отрицательной или положительной. Передаточная функция такого соединения имеет вид

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{W(s)}{1 \pm W(s)W_{\text{о.с.}}(s)}, \quad (2.138)$$

где $W_{o.c}(s)$ – передаточная функция обратной связи. Здесь знак плюс берется при отрицательной обратной связи и минус – при положительной.

В качестве примера звена с обратной связью рассмотрим гидравлический механизм, приведенный на рис. 2.16.

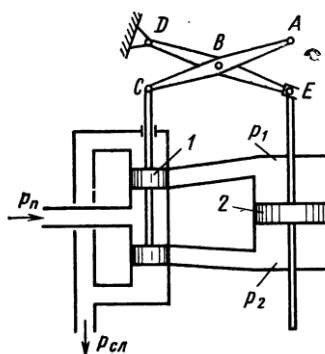


Рис. 2.16. Гидравлический механизм с отрицательной обратной связью

В качестве входного воздействия примем перемещение x точки A рычага ABC , а выходного – перемещение поршня гидроцилиндра z . Будем считать поршень ненагруженным, давление подачи p_n и давление слива $p_{сл}$ считаем постоянным. Тогда систему золотник – гидроцилиндр можем считать интегрирующим звеном. Действительно, в линейном приближении расход через золотник Q_3 пропорционален его перемещению x_1 . То есть $Q_3 = kx_1$. Так как $F_n \frac{dz}{dt} = Q_3$, то $\frac{F_n}{k} \frac{dz}{dt} = x_1$. Последнее уравнение представляет собой уравнение интегрирующего звена с постоянной времени $T = F_n/k$, где F_n – площадь поршня. Передаточная функция этой системы имеет вид $W(s) = 1/(Ts)$.

Будем считать плечи рычагов ABC и DBE одинаковыми. Тогда перемещение золотника и гидроцилиндра можно связать уравнением $x_1 = x - z$. Это есть уравнение обратной связи и элемента сравнения. Следовательно, в данном механизме осуществляется отрицательная обратная связь с коэффициентом усиления $K = -1$. Подставив передаточную функцию системы золотник-гидроцилиндр в (2.138) и учитывая, что $W_{o.c} = -1$, получим

$$\Phi(s) = \frac{1}{Ts} \frac{1}{1 + 1/(Ts)} = \frac{1}{Ts + 1}.$$

То есть данный гидромеханизм с отрицательной обратной связью представляет собой апериодическое звено первого порядка с единичным коэффициентом усиления. При различной длине плеч рычагов коэффициент усиления будет отличаться от единицы.

2.10. Преобразования структурных схем

Основные правила преобразования структурных схем приведены ниже.

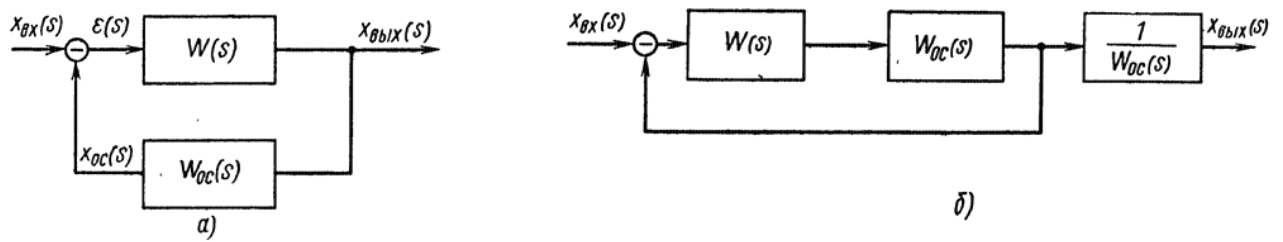


Рис. 2.17. Исключение звена из обратной связи

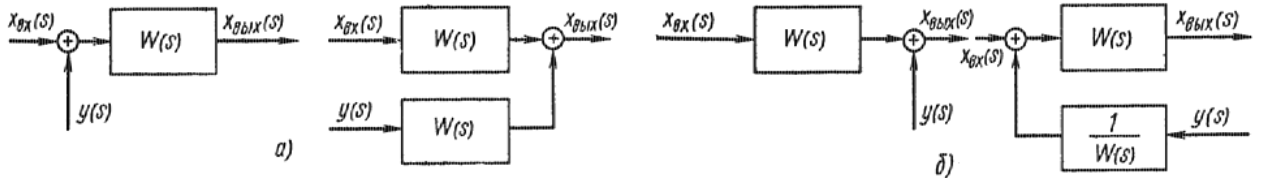


Рис. 2.18. Перенос узла суммирования

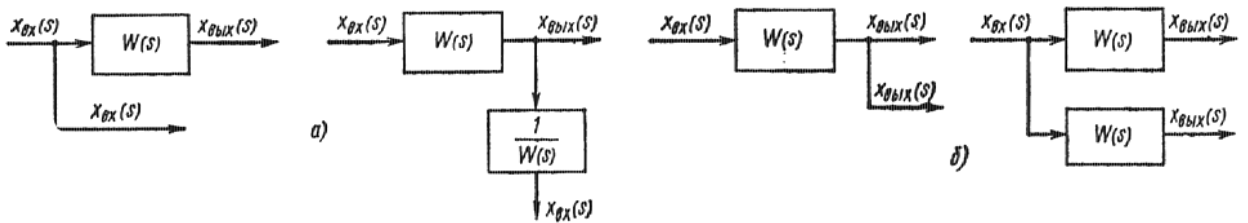


Рис. 2.19. Перенос узла разветвления

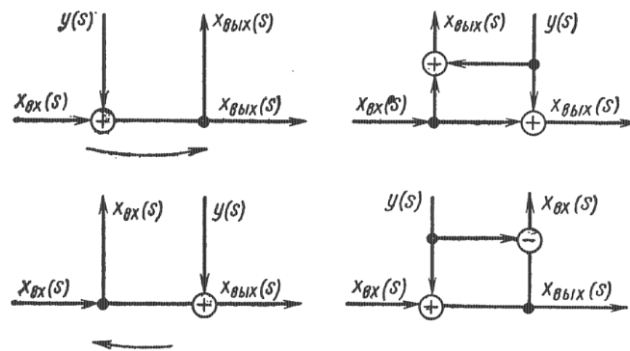


Рис. 2.20. Перенос узла суммирования через узлы разветвления

2.11. Передаточные функции замкнутой системы по задающему и возмущающему воздействиям

Структурная схема при исследовании обработки системой регулирования задающего воздействия $G(s)$ имеет вид, представленный на рис. 2.21.

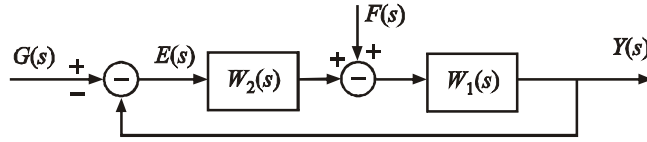


Рис. 2.21. Замкнутая одноконтурная система регулирования

Если известны передаточные функции объекта регулирования $W_1(s)$ и регулятора $W_2(s)$, то передаточную функцию замкнутой системы **по задающему воздействию**, в соответствии с (2.138), можно найти по формуле

$$\Phi_{yg}(s) = \frac{Y(s)}{G(s)} = \frac{W_1(s)W_2(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}. \quad (2.139)$$

Определим передаточную функцию системы для **ошибки по задающему воздействию**

$$\Phi_{\varepsilon g} = \frac{E(s)}{G(s)} \quad (2.140)$$

Так как $E(s) = G(s) - Y(s)$ и $Y(s) = W_1(s)W_2(s)E(s)$, то

$$\Phi_{\varepsilon g}(s) = \frac{G(s) - W_1(s)W_2(s)E(s)}{G(s)} = 1 - W_1(s)W_2(s)\Phi_{\varepsilon g}(s)$$

или

$$\Phi_{\varepsilon g}(s) = \frac{1}{1 + W_1(s)W_2(s)}. \quad (2.141)$$

Найдем передаточную функцию системы для регулируемой величины **по возмущающему воздействию** $F(s)$. Структурная схема системы для этого случая (при постоянном задающем воздействии) имеет вид

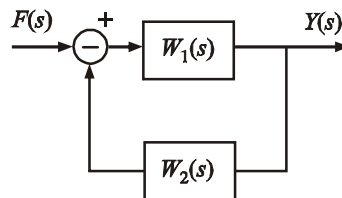


Рис. 2.22. Структурная схема системы при обработке возмущения

Тогда в соответствии с правилами структурного преобразования звеньев (охват звена обратной связью) имеем

$$\Phi_{yf}(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}. \quad (2.142)$$

3. УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ

3.1. Общие условия устойчивости линейных систем

Для того, чтобы линейная система была устойчивой необходимо и достаточно, чтобы все корни $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ характеристического уравнения, составленного по дифференциальному уравнению этой системы имели отрицательные действительные части. Это утверждение следует из общего решения неоднородного дифференциального уравнения $y(t)$, которое описывает поведение системы во времени и является суммой частного решения неоднородного дифференциального уравнения $y_B(t)$ и общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения $y_{CB}(t)$:

$$y(t) = y_B(t) + y_{CB}(t). \quad (3.1)$$

Частное решение $y_B(t)$ определяет вынужденную составляющую исследуемого процесса, которую можно рассматривать как невозмущенное движение системы. Общее решение $y_{CB}(t)$ определяет свободную (переходную) составляющую процесса или возмущенное движение системы.

$$y_{CB}(t) = \sum_k A_k e^{\alpha_k t} + \sum_i B_i e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} + \sum_i \bar{B}_i e^{(\alpha_i - j\omega_i)t} + \sum_l (C_{l0} + C_{l1}t + \dots + C_{lr}t^r) e^{\lambda_r t}. \quad (3.2)$$

Из решения (3.2) видно, что если вещественные корни α_k , комплексные корни $\alpha_i \pm j\omega_i$ и кратные корни λ_r расположены на комплексной плоскости слева от мнимой оси, то при $t \rightarrow \infty$ переходная составляющая исследуемого процесса $y_{CB}(t) \rightarrow 0$. Следовательно, вынужденное (невозмущенное) движение такой системы будет асимптотически устойчиво.

3.2. Алгебраические критерии устойчивости

Алгебраические критерии устойчивости позволяют определить соотношения между коэффициентами характеристического уравнения

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0, \quad (3.3)$$

при которых его корни должны лежать на комплексной плоскости слева от мнимой оси.

Критерий Гурвица. Согласно этому критерию для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все определители Гурвица и коэффициент a_n характеристического уравнения были положительными.

$$a_n > 0, \Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \dots, \Delta_{n-1} > 0, \Delta_n > 0. \quad (3.4)$$

Определители Гурвица составляются из коэффициентов характеристического уравнения (3.3), начиная с определителя Δ_n n -го порядка, который записывается в форме

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & \dots \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & \dots \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} & \dots \\ a_{n-7} & a_{n-6} & a_{n-5} & a_{n-4} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

Правило составления данного определителя состоит в том, что по диагонали выписываются коэффициенты от a_{n-1} до a_0 включительно. Строки определителя влево от главной диагонали заполняются коэффициентами с убывающими номерами, а вправо – коэффициентами с возрастающими номерами. Все последующие определители $\Delta_{n-1}, \Delta_{n-2}, \dots, \Delta_1$ являются минорами элементов определителя Δ_{n-1} то есть получаются вычеркиванием столбцов и строк, начиная соответственно с крайнего правого столбца и с нижней строки.

Для уравнения n -го порядка $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}$ и поэтому для проверки устойчивости можно находить определители начиная с Δ_{n-1} .

Все коэффициенты, имеющие индекс, превышающий порядок характеристического уравнения заменяются нулями. Определитель Δ_{n-1} называется определителем Гурвица, а $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{n-2}$ представляют собой диагональные миноры определителя Гурвица.

Из критерия Гурвица в частности следует:

- *система заведомо неустойчива, если какой либо из коэффициентов ее характеристического уравнения отличается по знаку от остальных коэффициентов, либо равен нулю.*
- *для устойчивости системы третьего порядка необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты характеристического уравнения имели одинаковые знаки, а произведение коэффициентов средних членов этого уравнения было больше произведения коэффициентов крайних членов (первого и последнего).*

Критерий Рауса. Для пользования этим критерием необходимо составить таблицу Рауса.

Пусть характеристическое уравнение системы имеет вид:

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n \lambda + a_n = 0. \quad (3.6)$$

Таблица Рауса составляется следующим образом (табл. 3.1):

- 1) первая строка составляется из коэффициентов уравнения с четными индексами;
- 2) вторая строка – из коэффициентов с нечетными индексами;
- 3) третью строку получают перекрестным умножением первых двух строк и делением на первый элемент предыдущей строки;
- 4) все последующие строки получают аналогично из двух предыдущих строк.

После составления таблицы и подсчета ее элементов используется критерий Рауса, который гласит: для того, чтобы система автоматического регулирования была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все элементы первого столбца

таблицы, составленные из характеристического уравнения системы, были отличны от нуля и имели один и тот же знак.

Таблица 3.1.

Таблица Рауса

Номер строки	Номер столбца			
	1	2	3	4
1	a_0	a_2	a_4
2	a_1	a_3	a_5
3	$a_{31} = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$	$a_{32} = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$	$a_{33} = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$
4	$a_{41} = \frac{a_{31} a_3 - a_1 a_{32}}{a_{31}}$	$a_{42} = \frac{a_{31} a_5 - a_1 a_{33}}{a_{31}}$	$a_{43} = \frac{a_{31} a_7 - a_1 a_{34}}{a_{31}}$
5	$a_{51} = \frac{a_{41} a_{32} - a_{31} a_{42}}{a_{41}}$	$a_{52} = \frac{a_{41} a_{33} - a_{31} a_{43}}{a_{41}}$	$a_{53} = \frac{a_{41} a_{34} - a_{31} a_{44}}{a_{41}}$
6

5) первая строка составляется из коэффициентов уравнения с четными индексами;

6) вторая строка – из коэффициентов с нечетными индексами;

7) третью строку получают перекрестным умножением первых двух строк и делением на первый элемент предыдущей строки;

8) все последующие строки получают аналогично из двух предыдущих строк.

После составления таблицы и подсчета ее элементов используется критерий Рауса, который гласит: для того, чтобы система автоматического регулирования была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все элементы первого столбца таблицы, составленные из характеристического уравнения системы, были отличны от нуля и имели один и тот же знак.

Если a_0 отрицателен, то всегда можно сделать его положительным, умножив обе части характеристического уравнения на -1 . Составление таблицы следует прекратить, если первый элемент какой-либо строки окажется отрицательным или равным нулю.

Критерий Рауса удобен тогда, когда заданы численные значения коэффициентов характеристического уравнения. В этом случае определение устойчивости может выполнить быстро даже при характеристических уравнениях высокого порядка. Так как форма алгоритма, с помощью которого составляют таблицу Рауса, очень удобна для программирования, то критерий Рауса широко применяют при исследованиях влияния на устойчивость отдельных параметров системы.

Пример. В гидросистемах часто встречаются элементы, которые с точки зрения динамики представляют собой интегрирующие звенья, а также инерционные

звенья первого или второго порядка. Рассмотрим, в качестве примера, условие устойчивости системы, представляющей собой последовательное соединение интегрирующего звена и звена второго порядка, охваченных отрицательной обратной связью. Передаточная функция такой системы имеет вид

$$\Phi(s) = \frac{W_1(s)W_2(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)},$$

где $W_1(s) = \frac{1}{T_1 s}$, $W_2(s) = \frac{K}{T_2^2 s^2 + 2\xi T_2 s + 1}$ – передаточная функция интегрирующего звена и звена второго порядка соответственно.

Характеристическое уравнение замкнутой системы $1 + W_1(\lambda)W_2(\lambda) = 0$ после подстановки выражений для W_1 и W_2 и упрощения примет вид

$$T_1 T_2^2 \lambda^3 + 2\xi T_1 T_2 \lambda^2 + T_1 \lambda + K = 0.$$

Согласно критерию Гурвица, данная система устойчива, если $2\xi T_1 > K T_2$, или

$$\frac{2\xi}{K T_2} > \frac{1}{T_1}.$$

Граница устойчивости соответствует знаку равенства в последнем выражении. Если построить график этой зависимости, откладывая по оси абсцисс T_1 , то получим гиперболу, выше которой лежит область устойчивости. Эта кривая называется гиперболой Вышнеградского.

Заметим, что такое же условие устойчивости получится и если звено второго порядка входит не в прямую цепь, а в цепь обратной связи, так как знаменатели передаточных функций в обоих этих случаях одинаковые.

3.3. Частотные критерии устойчивости

Частотный критерий устойчивости был впервые предложен Г. Найквистом в 1932 г., а в обобщенном виде введен в теорию автоматического регулирования А.В. Михайловым в 1936 г. Частотные критерии устойчивости нашли широкое применение в теории автоматического регулирования и управления.

Критерий Михайлова. В критерии Михайлова рассматривается вектор $D(j\omega)$ на комплексной плоскости, который получается при подстановке в характеристический многочлен $\lambda = j\omega$:

$$D(j\omega) = a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 j\omega + a_0. \quad (3.7)$$

Критерий Михайлова формулируется так: *для устойчивости системы автоматического регулирования необходимо и достаточно, чтобы годограф вектора $D(j\omega)$ при изменении ω от 0 до $+\infty$ начинался на положительной части вещественной оси и в направлении против часовой стрелки последовательно проходил n квадрантов комплексной плоскости.*

Критерий Найквиста отличается от критерия Михайлова тем, что рассматривается разомкнутая система. Критерий формулируется следующим образом: *замкнутая система устойчива, если устойчива разомкнутая система и ее ам-*

амплитудно-фазовая характеристика при изменении ω от 0 до $+\infty$ не охватывает точку с координатами $-1, j0$.

Критерий Найквиста имеет следующее физическое содержание. Предположим, что в замкнутой отрицательной обратной связью системе при нулевом задающем воздействии ($g = 0$) возникли незатухающие гармонические колебания с частотой ω_1 , то есть $y = a_y \sin \omega_1 t$, что соответствует нахождению системы на границе устойчивости. Тогда на входе прямой цепи, вследствие отрицательной обратной связи, величина ε будет равна $\varepsilon = -a_y \sin \omega_1 t$. Это означает, что прямая цепь разомкнутой системы передает входной сигнал без искажения по амплитуде и со сдвигом по фазе $-\pi$. Следовательно, ее амплитудно-фазовая характеристика при данной частоте ω_1 проходит через точку $-1, j0$. Если АФЧХ разомкнутой системы проходит левее точки $-1, j0$, то это означает, что прямая цепь разомкнутой системы ослабляет входной сигнал на данной частоте. Тогда, после замыкания, в такой системе будут реализованы затухающие колебания. То есть замкнутая система будет устойчивой.

Замкнутая система может быть устойчивой и при неустойчивой разомкнутой системе. Для этого случая критерий Найквиста формулируется следующим образом: *замкнутая система устойчива, если вектор, начало которого лежит на комплексной плоскости в точке $-1, j0$, а конец при изменении ω от 0 до $+\infty$ обегая амплитудно-фазовую частотную характеристику разомкнутой системы повернется против часовой стрелки на угол πk , где k – число корней характеристического уравнения, расположенных справа от мнимой оси.*

3.4. Применение логарифмических частотных характеристик для анализа устойчивости систем

Рассмотрим вначале систему, АФЧХ которой в разомкнутом состоянии не имеет точек пересечения с вещественной осью левее точки -1 , рис. 3.1, а, кривая 1. Этой АФЧХ соответствует логарифмические амплитудная 1 и фазовая 1' частотные характеристики, приведенные на рис. 3.1, б.

Согласно критерию Найквиста замкнутая система является устойчивой. На ЛЧХ разомкнутой системы это проявляется в том, что фазовая характеристика не достигает значения $-\pi$ при частоте среза $\omega_{\text{ср}}^*$. Величина фазового угла $\varphi_{\text{зап}}$, на который фазовая характеристика не доходит до значения $-\pi$ при частоте среза называется *запасом устойчивости по фазе* $\varphi_{\text{зап}}$. Следовательно, *замкнутая система устойчива, если логарифмическая частотная характеристика ее разомкнутого контура при частоте среза имеет запас по фазе.*

* Частотой среза называется частота, при которой ЛАЧХ пересекает ось частот, то есть $L(\omega_{\text{ср}}) = 0$.

Обычно также проверяют запас устойчивости по амплитуде $L_{\text{зап}}$ при частоте перехода фазы $\omega_{\text{пер}}^*$.

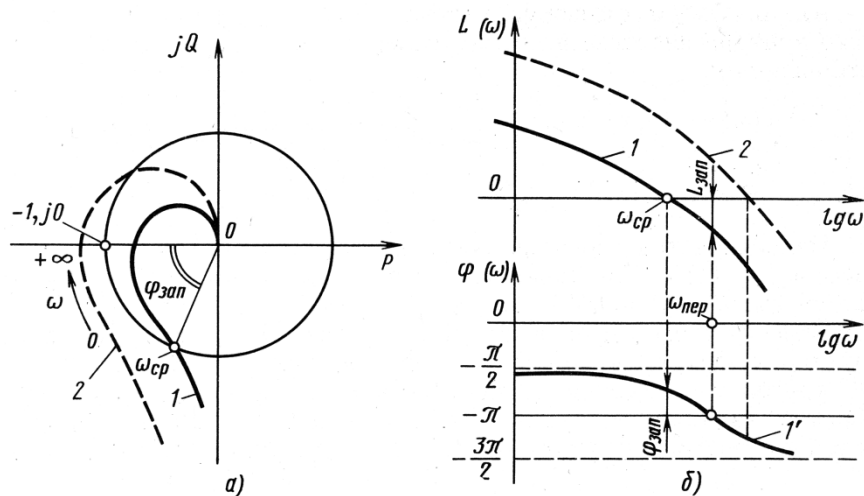


Рис. 3.1. Частотные характеристики устойчивой и неустойчивой систем:
 а – амплитудно-фазовая характеристика; б – логарифмические амплитудная и фазовая характеристики

Рекомендуемые значения запасов устойчивости по фазе лежат в диапазоне $\varphi_{\text{зап}} = 30\text{--}40^\circ$, а рекомендуемые значения запаса устойчивости по амплитуде составляют $L_{\text{зап}} = 6\text{--}8$ дБ. При увеличении коэффициента усиления разомкнутого контура запасы устойчивости по амплитуде и фазе уменьшаются и, в конце концов, система становится неустойчивой, см. штриховые линии на рис. 3.1.

Если АФЧХ устойчивой разомкнутой системы имеет точки пересечения с вещественной осью в диапазоне между $-\infty$ и -1 , (АФЧХ второго рода), рис. 3.2, а, то устойчивость замкнутой системы оценивается по числу положительных (сверху вниз) и отрицательных (снизу вверх) переходов этой характеристики вещественной оси. Замкнутая система устойчива, когда число положительных переходов равно числу отрицательных переходов. Положительным переходам соответствует пересечение ЛФЧХ с прямой $\varphi_{\text{зап}} = -\pi$ снизу вверх, а отрицательным – наоборот. Таким образом, замкнутая система устойчива, если разность положительных и отрицательных переходов фазовой характеристики разомкнутого контура через прямую « $-\pi$ » равна нулю при частотах, для которых $L(\omega) > 0$ (рис. 3.2, б).

В общем случае, когда разомкнутая система неустойчива и имеет k корней справа от мнимой оси, замкнутая система будет устойчива, если разность положительных и отрицательных переходов фазовой характеристики разомкнутой системы через прямую « $-\pi$ » равна $k/2$ при значениях частот, для которых $L(\omega) > 0$.

* Частота перехода фазы $\omega_{\text{пер}}$ – частота, при которой $\varphi(\omega_{\text{пер}}) = -\pi$.

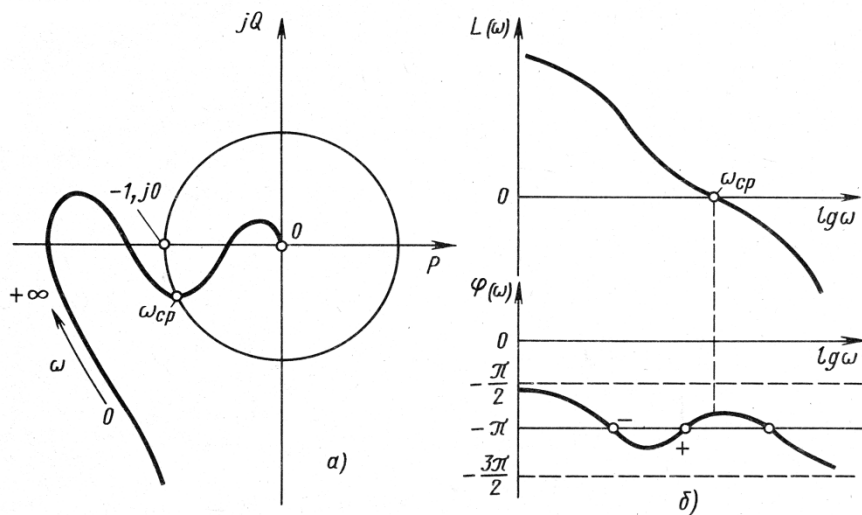


Рис. 3.2. Частотные характеристики устойчивой системы: *а* – амплитудно-фазовая характеристика; *б* – логарифмические амплитудная и фазовая характеристики

Пример. Найдем вид ЛАФЧХ, обеспечивающий устойчивость системы, рассмотренной в п. 3.2. Разомкнутая цепь этой системы представляет собой последовательное соединение интегрирующего и колебательного звеньев. Напомним, что ЛАЧХ последовательного соединения определяется, как сумма ЛАЧХ составляющих звеньев. Предположим сначала, что $T_2 < T_1$ и $K = 1$. Тогда ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутого контура будут, как показано на рис. 3.3, *а*. Как видим, имеется запас по фазе и по амплитуде. Однако, при уменьшении коэффициента относительного демпфирования ξ система может стать неустойчивой. Устойчивость может нарушаться и при увеличении коэффициента усиления. Если $T_2 > T_1$, то при $K \geq 1$ система неустойчива (рис. 3.3, *б*).

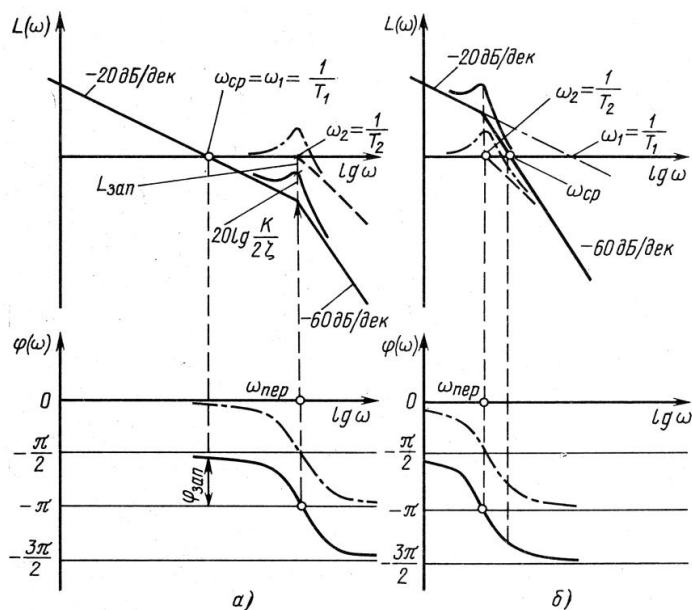


Рис. 3.3. Логарифмические амплитудные и фазовые характеристики разомкнутого контура системы третьего порядка: *а* – $T_2 < T_1$; *б* – $T_2 > T_1$

3.5. Исследование влияния параметров системы на устойчивость. Метод D-разбиения

Предположим, что необходимо исследовать влияние изменения некоторого параметра K системы на ее устойчивость. Каждому значению K соответствуют определенные величины коэффициентов a_i характеристического уравнения системы. Если при некотором значении K система окажется на границе устойчивости, то это означает, что имеются нулевые действительные корни характеристического уравнения, либо стала нулевой действительная часть пары комплексных сопряженных корней. Тогда эти корни должны удовлетворять уравнению

$$a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1j\omega + a_0 = 0. \quad (3.8)$$

Так как коэффициенты этого уравнения зависят от K , то его можно записать в виде

$$F_1(j\omega) + KF_2(j\omega) = 0, \quad (3.9)$$

или

$$K = \frac{F_1(j\omega)}{F_2(j\omega)} = X(\omega) + jF_2(\omega). \quad (3.10)$$

Если рассматривать частоту ω , как параметр с диапазоном изменения от $-\infty$ до $+\infty$, то уравнение (3.10) будет описывать на комплексной плоскости некоторую кривую, которая разбивает всю область возможных значений параметра K^* на подобласти. Каждой из этих областей соответствует различное число корней характеристического уравнения, находящихся слева и справа от мнимой оси и, следовательно, среди них имеются подобласти изменения исследуемого параметра, соответствующие устойчивому состоянию рассматриваемой системы. Эта процедура и называется D -разбиением.

В качестве примера рассмотрим следующее характеристическое уравнение

$$\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + K = 0, \quad (3.11)$$

в которое входит параметр K .

Проведем D -разбиение плоскости данного параметра K . Подставив в уравнение $\lambda = j\omega$ и решив его относительно K , получим

$$K = \omega^2 + j\omega(\omega^2 - 1). \quad (3.12)$$

График зависимости $\omega^2 + j\omega(\omega^2 - 1)$ при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$ показан на рис. 3.4, а. Он разделяет плоскость параметра K на три области I, II, III. Проанализируем, какая из этих областей соответствует устойчивому состоянию системы. Для этого необходимо найти область, в которой все три корня характеристического уравнения лежат левее мнимой оси. Заштрихуем эти области, нанося штриховку слева от линии разбиения, продвигаясь по ней в направлении увеличения частоты, см. рис. 3.4, а.

* Область возможных значений параметра K на комплексной плоскости называется плоскостью параметра K .

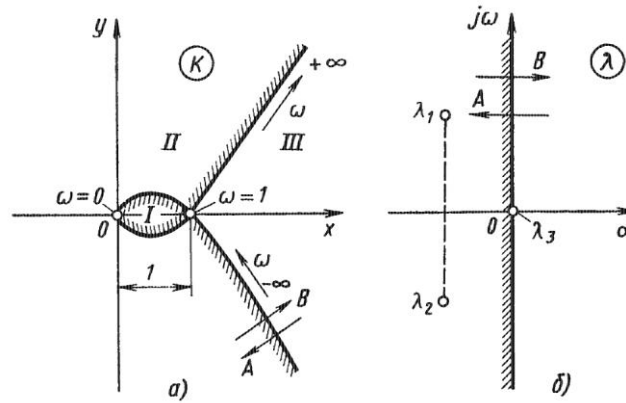


Рис. 3.4. D -разбиение плоскости параметра K : a – плоскость K ; b – плоскость λ

Если изменять параметр K таким образом, что точка на комплексной плоскости, соответствующая рассматриваемой величине K , пересечет кривую разбиения, перемещаясь из незаштрихованной области в заштрихованную, то это соответствует перемещению корня характеристического уравнения из правой полуплоскости в левую, см. рис. 3.4, b . На основании этого можно заключить, что наиболее вероятной областью значений параметра K , обеспечивающих устойчивость системы является область I , так как переход в нее из других областей связан с пересечением границы разбиения с незаштрихованной стороны в заштрихованную. Проверим является ли она областью устойчивости, для чего определим количество корней характеристического уравнения (3.11), лежащих слева от мнимой оси плоскости λ . При $K = 0$ из (3.11) имеем

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm j\sqrt{\frac{3}{4}}, \quad \lambda_3 = 0.$$

Увеличение значений K от 0 до 1 приводит к попаданию в область I с незаштрихованной стороны на заштрихованную. При этом нулевой корень в плоскости λ с мнимой оси смещается в левую полуплоскость и все три корня располагаются слева от мнимой оси. Следовательно, значения K , определяемые областью I , обеспечивают устойчивость системы, имеющей характеристическое уравнение (3.11). У реальных систем параметры являются вещественными числами, поэтому должны рассматриваться только значения параметра K в пределах от 0 до 1 .

4. КАЧЕСТВО РЕГУЛИРОВАНИЯ И МЕТОДЫ СИНТЕЗА КОРРЕКТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

4.1. Понятие качества регулирования

Если к системе автоматического регулирования прикладывается возмущающее или задающее воздействие, то в ней возникает переходный процесс, при котором регулируемая величина изменяется во времени. В устойчивой системе с течением времени устанавливается значение регулируемой величины, определяемой задающим воздействием, то есть переходный процесс является затухающим.

Под качеством регулирования понимается количественные характеристики, определяющие длительность и вид переходного процесса, а также точность, с которой система выдерживает заданное значение регулируемой величины.

Для исследования качества переходных процессов широко применяются методы, основанные на нахождении отклика (реакции) системы на детерминированные воздействия в виде ступенчатого воздействия (скачка), импульсного воздействия, сигнала постоянной скорости, гармонического сигнала. Эти воздействия называются *типовыми*, рис. 4.1.

Качество переходных процессов проверяется отдельно для задающего и возмущающего воздействий. При исследовании качества регулирования по одному из параметров второй считается постоянным. Основные показатели качества регулирования показаны на рис. 4.1.

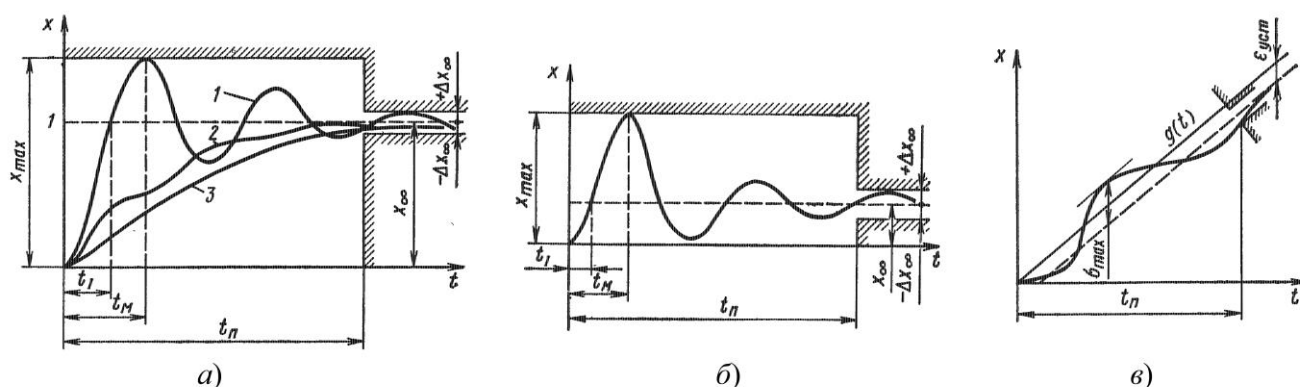


Рис. 4.1. Основные виды переходных процессов: *a* – ступенчатое задающее воздействие; *б* – ступенчатое возмущающее воздействие; *в* – возмущение постоянной скорости; 1 – колебательный процесс; 2 – монотонный процесс; 3 – аperiodический процесс; $\pm\Delta x_{\infty}$ – допустимые отклонения, ограничивающие длительность переходного процесса t_n ; x_{∞} – установившееся значение регулируемой величины;

Колебательный процесс дополнительно характеризуется временем t_M за которое регулируемая величина нарастает до максимального значения x_{\max} , и самим значением x_{\max} . Часто вычисляется также максимальное перерегулирование

$$\sigma_{\max} = \frac{x_{\max} - x_{\infty}}{x_{\infty}} 100 \% \quad (4.1)$$

и время первого согласования t_1 за которое регулируемая величина первый раз достигает x_∞ . Величины x_{\max} и t_n определяют область допустимых отклонений регулируемой величины в переходном процессе. Границы этой области выделены на рис. 4.1 штриховкой.

Качество процессов регулирования может быть проверено *прямыми методами* и *методами косвенных оценок*. Первые методы основываются на непосредственном определении переходного процесса. К прямым показателям качества относятся перечисленные выше параметры переходных процессов.

К косвенным показателям качества относятся, например *интегральные критерии качества*.

4.2. Расчет переходного процесса по частотным характеристикам

Пусть требуется рассчитать переходный процесс в системе (то есть зависимость изменения регулируемой величины по времени) при единичном ступенчатом воздействии, если задана ее амплитудная фазовая частотная характеристика.

Как известно, непериодическая функция времени $f(t)$, заданная на бесконечном интервале $-\infty < t < \infty$, удовлетворяющая условиям Дирихле и абсолютно интегрируемая, то есть удовлетворяющая условию

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < M, \quad (4.2)$$

где M – конечная величина, может быть представлена в виде интеграла Фурье

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (4.3)$$

называемым обратным преобразованием Фурье. Здесь $F(j\omega)$ – результат прямого интегрального преобразования Фурье

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (4.4)$$

Нетрудно заметить, что преобразование Фурье (4.3), (4.4), по сути дела, представляет функцию времени $f(t)$ в виде комбинации бесконечного количества гармонических функций (с бесконечным спектром частот). В то же время АФЧХ, по определению, описывает реакцию линейной системы на такие гармонические воздействия. Следовательно, если мы выразим ступенчатое входное воздействие в виде интеграла Фурье, то используя АФЧХ, сможем получить реакцию системы на ступенчатое воздействие в целом, как сумму реакций на каждое из гармонических воздействий, входящих в интеграл Фурье. А это и есть искомый переходный процесс.

Таким образом, нам требуется найти преобразование Фурье от единичного ступенчатого воздействия $1(t)$. Однако условие абсолютной интегрируемости для него не выполняется. Поэтому представим единичную функцию $1(t)$, как предельный переход при $\alpha \rightarrow 0$ следующей импульсной экспоненциальной функции

$$f(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t} & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases} \quad (4.5)$$

Прямое преобразование Фурье от функции (4.5) дает

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = -\frac{1}{\alpha + j\omega} e^{-(\alpha + j\omega)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\alpha + j\omega}. \quad (4.6)$$

Подставляя (4.6) в (4.3), получим следующее выражение для экспоненциального импульса

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\omega t}}{\alpha + j\omega} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\alpha - j\omega) e^{j\omega t}}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\alpha - j\omega)}{\alpha^2 + \omega^2} (\cos \omega t + j \sin \omega t) d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha \cos \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega \sin \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega - j \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega \cos \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha \sin \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Подынтегральные выражения в первых двух интегралах являются четными функциями ω , в двух последних – нечетными. Следовательно, два последних интеграла равны нулю и (4.7) запишется в виде

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} \frac{\alpha \cos \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega + \int_0^{\infty} \frac{\omega \sin \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega \right]. \quad (4.8)$$

Предел первого интеграла в (4.8) при $\alpha \rightarrow 0$ равен $\pi/2$, поэтому при предельном переходе к единичной ступенчатой функции будем иметь

$$1(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega. \quad (4.9)$$

Выражение $dx = \frac{\sin \omega t}{\pi \omega} d\omega$ можно рассматривать, как элементарное синусоидальное воздействие с амплитудой $d\omega/(\pi\omega)$. Тогда, если нам известна амплитудная фазовая частотная характеристика замкнутой системы

$$\Phi(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)},$$

то с ее помощью элементарная гармоническая составляющая выходной величины dy , представляющая собой отклик системы на элементарное воздействие dx , определится, как

$$dy = \frac{A(\omega)}{\pi\omega} \sin[\omega t + \varphi(\omega)] d\omega.$$

Первый член в (4.9) можно считать гармоническим воздействием с нулевой частотой и амплитудой $1/2$, то есть $\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{2} \frac{\sin \omega t}{\omega} = \frac{1}{2}$.

Тогда отклик замкнутой системы на единичное ступенчатое воздействие (4.9) или, иначе говоря, переходную функцию системы $h(t)$, можно определить, проинтегрировав ее элементарные составляющие

$$h(t) = y(t) = \frac{A(0)}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{A(\omega)}{\omega} \sin[\omega t + \varphi(\omega)] d\omega. \quad (4.10)$$

Преобразуем следующим образом выражение, $A(\omega) \sin[\omega t + \varphi(\omega)]$, входящее в подынтегральную функцию

$$\begin{aligned} A(\omega) \sin[\omega t + \varphi(\omega)] &= A(\omega) \cos \varphi(\omega) \sin \omega t + A(\omega) \sin \varphi(\omega) \cos \omega t = \\ &= P(\omega) \sin \omega t + Q(\omega) \cos \omega t, \end{aligned} \quad (4.11)$$

где $P(\omega) = A(\omega) \cos \varphi(\omega)$ – вещественная частотная характеристика замкнутой системы; $Q(\omega) = A(\omega) \sin \varphi(\omega)$ – мнимая частотная характеристика замкнутой системы.

Используя соотношение (4.11), приведем функцию (4.10) к виду

$$h(t) = y(t) = \frac{P(0)}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Q(\omega) \cos \omega t}{\omega} d\omega, \quad (4.12)$$

где $P(0) = A(0)$ при $\omega = 0$.

Принимая за начало отсчета регулируемой величины ее значение до приложения воздействия, при $t < 0$ имеем $h(0) = 0$.

Учитывая, кроме того, что $\sin(-\omega t) = -\sin \omega t$, $\cos(-\omega t) = \cos \omega t$, при $t < 0$ из зависимости (4.12) найдем

$$0 = \frac{P(0)}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Q(\omega) \cos \omega t}{\omega} d\omega. \quad (4.13)$$

Вычитая теперь (4.13) из (4.12), окончательно получим

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega. \quad (4.14)$$

Для расчета переходного процесса по формуле (4.14) необходимо вычислять интеграл в бесконечных пределах. Практически диапазон частот, в котором амплитуда АФЧХ отлична от нуля, всегда ограничен. Поэтому этот интеграл может быть найден с использованием любого приемлемого численного метода.

4.3. Оценка качества переходного процесса по частотным характеристикам

Формула (4.14) показывает, что переходный процесс, вызванный единичным ступенчатым воздействием, зависит от вида вещественной частотной характеристики. Поэтому оказываются возможными оценки качества переходных процессов по вещественной частотной характеристике без определения самого процесса. Такой метод целесообразно применять в тех случаях, когда не нужно точно знать форму кривой переходного процесса. Такой метод оценки является косвенным.

При этом используются следующие свойства вещественной частотной характеристики.

1. Установившееся значение y_∞ регулируемой величины равно значению вещественной частотной характеристики при $\omega = 0$, то есть равно $P(0)$.

2. При невозрастающей вещественной частотной характеристике (кривая 2, рис. 4.2) максимальное перерегулирование σ_{\max} не превышает 18%.

3. При вещественной частотной характеристике, имеющей вид кривой 1 на рис. 4.2, максимальное перерегулирование удовлетворяет условию

$$\sigma_{\max} = \frac{1,18P_{\max} - P(0)}{P(0)} 100 \% .$$

4. Если вещественная частотная характеристика является непрерывной положительной функцией ω с отрицательной монотонно убывающей по абсолютной величине $dP/d\omega$ (кривая 3 на рис. 4.2), то переходный процесс будет монотонным.

5. Время монотонного переходного процесса t_n (до достижения регулируемой величиной значения $\pm 0,05 y_\infty$) будет меньше, чем $4\pi/\omega_n$. Для других процессов $4\pi/\omega_n < t_n < 8\pi/\omega_n$, причем переходный процесс затухает тем быстрее, чем больше ω_n (чем больше растянута область $P(\omega) > 0$ вдоль оси ω).

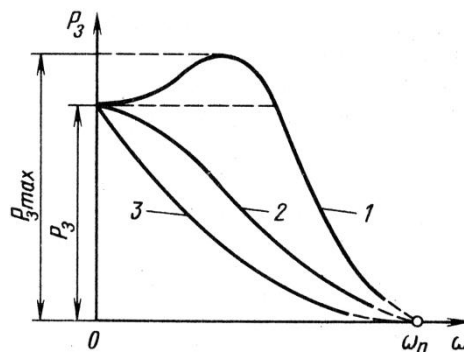


Рис. 4.2. Вещественные частотные характеристики при трех видах переходного процесса

Введенные ранее (см. п. 3.4) запасы устойчивости по фазе и амплитуде являются частотными критериями, по которым оценивается система и в отношении переходного процесса. При этом эти два параметра можно заменить одной величиной – максимальным значением амплитудной частотной характеристики замкнутой системы M_{\max} , которое обычно назначают в пределах от 1,1 до 1,3.

Величину M_{\max} можно определить по АФЧХ $W(j\omega)$ разомкнутого контура. Действительно, представим $W(j\omega)$ в виде

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega). \quad (4.15)$$

АФЧХ замкнутой системы находится с использованием известного соотношения

$$\Phi(j\omega) = \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)}. \quad (4.16)$$

Тогда, учитывая, что АЧХ равна модулю АФЧХ, получим АЧХ замкнутой системы в следующем виде

$$M = \text{mod } \Phi(j\omega) = \frac{\sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}}{\sqrt{[1 + P(\omega)]^2 + Q^2(\omega)}}. \quad (4.17)$$

Соотношение (4.17) после преобразований можно представить в виде уравнения

$$\left[P(\omega) - \frac{M^2}{1 - M^2} \right]^2 + Q^2(\omega) = \left(\frac{M}{1 - M^2} \right)^2, \quad (4.18)$$

которое представляет собой уравнение окружности с радиусом

$$R = \frac{M}{1 - M^2}$$

и центром, смещенным на величину $M^2 / (1 - M^2)$ от начала координат плоскости P, Q . Параметрическое семейство таких окружностей приведено на рис. 4.3, а.

Нанесем на эту же координатную плоскость вместе с M -окружностями АФЧХ разомкнутого контура. Значения M , соответствующие окружностям, которые пересекаются этой характеристикой, равны модулю амплитудно-фазовой частотной характеристики замкнутой системы. Очевидно, что максимальное значение M_{\max} будет соответствовать той окружности, которой только касается амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутой системы, см. рис. 4.3, а.

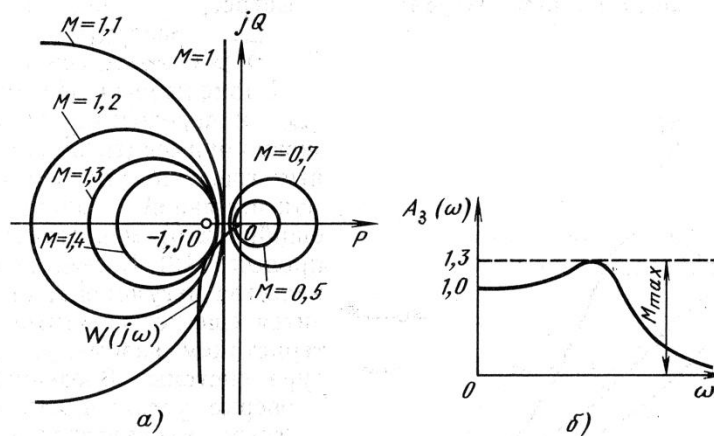


Рис. 4.3. Определение показателя колебательности по M -окружностям:
а – M -окружности и АФЧХ разомкнутого контура; б – АЧХ замкнутого контура

Один из простых способов обеспечения требуемого показателя M_{\max} состоит в выборе коэффициента усиления разомкнутой системы таким образом, чтобы ее амплитудно-фазовая частотная характеристика касалась заданной M_{\max} -окружности.

4.4. Точность регулирования систем

Рассмотрим одноконтурную систему, рис. 4.4.

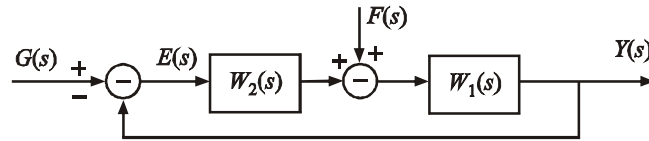


Рис. 4.4. Одноконтурная система:

$W_1(s)$, $W_2(s)$ – передаточные функции объекта и регулятора соответственно

Точность регулирования оценивается по ошибкам, с которыми воспроизводятся заданные значения регулируемых величин.

Считая, что ошибка регулирования является суммой ошибки обработки регулирующего сигнала $G(s)$ и возмущения $F(s)$, можем записать следующее выражение для изображения по Лапласу ошибки этой системы

$$E(s) = \Phi_{\varepsilon g}(s)G(s) + \Phi_{yf}(s)F(s), \quad (4.19)$$

где $\Phi_{\varepsilon g}(s)$ – передаточная функция системы по каналу регулирующее воздействие g – ошибка ε ; $\Phi_{yf}(s)$ – передаточная функция системы по каналу возмущение f – регулируемая величина y . Учитывая формулы (2.141) и (2.142), описывающие данные передаточные функции, получим

$$E(s) = \frac{1}{1 + W_1(s)W_2(s)}G(s) + \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}F(s). \quad (4.20)$$

В общем случае передаточные функции объекта $W_1(s)$ и регулятора $W_2(s)$ могут быть сведены к виду

$$W_1(s) = \frac{K_{v1} (b_{m1}s^{m1} + b_{m1-1}s^{m1-1} + \dots + b_{01})}{s^{v1} (a_{n1}s^{n1} + a_{n1-1}s^{n1-1} + \dots + a_{01})}; \quad (4.21)$$

$$W_2(s) = \frac{K_{v2} (b_{m2}s^{m2} + b_{m2-1}s^{m2-1} + \dots + b_{02})}{s^{v2} (a_{n2}s^{n2} + a_{n2-1}s^{n2-1} + \dots + a_{02})}. \quad (4.22)$$

Величины показателей степени v_1 и v_2 в передаточных функциях (4.21) и (4.22) зависят от числа интегрирующих звеньев, входящих в структурную схему. Если интегрирующих звеньев в объекте и регуляторе нет, то $v_1 = v_2 = 0$. Если в регулятор и объект входят по одному интегрирующему звену, то $v_1 = v_2 = 1$ и т. п.

Система регулирования называется *статической*, если в ее структуре нет интегрирующих звеньев ни в объекте, ни в регуляторе, а при наличии хотя бы одного такого звена – *астатической*. Величина $v_1 + v_2$ определяет *порядок астатизма системы*. При одном интегрирующем звене система имеет астатизм первого порядка, при двух – второго и т. д.

Найдем статическую ошибку системы, то есть при $t \rightarrow \infty$. При этом будем считать, что регулирующее воздействие может представлять собой: ступенчатое воз-

действие, воздействие, изменяющееся с постоянной скоростью и изменяющееся с постоянным ускорением. Для этого подставим передаточные функции (4.21) и (4.22) в (4.20) и перейдем к пределу при $s \rightarrow 0$, то есть воспользуемся [свойством 6 преобразования Лапласа](#). В результате для статической системы (то есть при $\nu_1 = \nu_2 = 0$) и при $K_{\nu_1} = K_{\nu_2} = 1$, получим

$$E_0(s)|_{s \rightarrow 0} = \frac{1}{1+K}G(s) + \frac{K_1}{1+K}F(s), \quad (4.23)$$

где $K = \frac{b_{01}b_{02}}{a_{01}a_{02}}$ и $K_1 = \frac{b_{01}}{a_{01}}$ – коэффициент усиления всей разомкнутой системы и

коэффициент усиления объекта соответственно. Для объекта с астатизмом порядка ν изображение ошибки в статическом режиме имеет вид

$$E_\nu(s)|_{s \rightarrow 0} = \frac{s^\nu}{K_\nu}G(s) + \frac{s^{\nu_2}}{K_{\nu_2} \frac{b_{02}}{a_{02}}}F(s), \quad (4.24)$$

где

$$\nu = \nu_1 + \nu_2, \quad K_\nu = K_{\nu_1}K_{\nu_2} \frac{b_{01}b_{02}}{a_{01}a_{02}}.$$

Пусть объект является статическим объектом, то есть $\nu_1 = 0$, а регулятор – астатический с $\nu_2 = 1$ (или $\nu_2 = 2$). При этом изображения ошибки, в соответствии с формулой (4.24) будут равны

$$E_1(s)|_{s \rightarrow 0} = \frac{s}{K_u}G(s) + \frac{s}{K_{u_2}}F(s) \quad \text{для } \nu_2 = 1, \quad (4.25)$$

$$E_2(s)|_{p \rightarrow 0} = \frac{s^2}{K_a}G(s) + \frac{s^2}{K_{a_2}}F(s) \quad \text{для } \nu_2 = 2, \quad (4.26)$$

где

$$K_u = K_\nu \quad \text{при } \nu = 1;$$

$$K_{u_2} = K_{\nu_2} \frac{b_{02}}{a_{02}} \quad \text{при } \nu = 1;$$

$$K_a = K_\nu \quad \text{при } \nu = 2;$$

$$K_{a_2} = K_{\nu_2} \frac{b_{02}}{a_{02}} \quad \text{при } \nu_2 = 2.$$

Перейдя от изображений к оригиналам, находим выражения для статических ошибок (используется [свойство 8 преобразования Лапласа](#))

$$\varepsilon_0 = \frac{g_0}{1+K} + \frac{K_1 f_0}{1+K}; \quad (4.27)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{K_u} \frac{dg}{dt} + \frac{1}{K_{u_2}} \frac{df}{dt}; \quad (4.28)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{K_a} \frac{d^2 g}{dt^2} + \frac{1}{K_{a2}} \frac{d^2 f}{dt^2}. \quad (4.29)$$

Анализируя формулы (4.27)...(4.29), можем сделать следующие выводы:

1. При отсутствии в системе интегрирующих звеньев постоянные воздействия g_0 и f_0 вызывают постоянную ошибку ε_0 , которую называют *статической ошибкой*. Эта ошибка тем меньше, чем больше коэффициент усиления K системы. Причем для уменьшения статической ошибки, вызываемой возмущением необходимо увеличивать коэффициент K_2 усиления регулятора, а не объекта K_1 .

2. В системах с астатизмом первого порядка статическая ошибка возникает при воздействиях с постоянной скоростью, что следует из (4.28). Такая ошибка называется *скоростной* ε_1 . Она уменьшается с увеличением K_u и K_{u2} , первый из которых называется добротностью системы, а второй – добротностью регулятора.

3. При воздействиях с постоянными ускорениями в системе с астатизмом второго порядка возникает постоянная *ошибка ε_2 по ускорению*.

4. При астатическом объекте $v_1 \neq 0$ и статическом регуляторе $v_2 = 0$, как следует из (4.24), постоянное возмущение создает статическую ошибку, которая не возникает, если наоборот $v_1 = 0$, $v_2 \neq 0$, то есть объект статический, а регулятор астатический.

Таким образом, для устранения в системе статической ошибки по какому-либо воздействию интегрирующее звено необходимо включать до места приложения этого воздействия.

4.5. Синтез корректирующих устройств по логарифмическим амплитудным характеристикам

В общем виде задача синтеза заключается в таком выборе структуры системы, ее параметров и конструкции элементов, чтобы обеспечивались как устойчивость, так и требуемые показатели качества процессов регулирования. Один из возможных путей решения задачи синтеза состоит в проведении серии проверочных расчетов различных по структуре и по параметрам систем регулирования с использованием описанных выше методов анализа устойчивости и качества процессов регулирования. Однако этот путь приводит к трудоемким расчетам и может оказаться недостаточно эффективным.

Если структура системы автоматического регулирования известна, то ее параметры могут быть выбраны с помощью рассмотренных выше методов оценки качества переходных процессов по степени устойчивости и колебательности.

При частично неизвестной структуре автоматического регулирования используются методы синтеза, при которых выделяется некоторая часть системы, называемая неизменяемой. К неизменяемой части относят регулируемый объект, исполнительные элементы регулятора, а в ряде случаев усилители и чувствительные элементы.

Параметры этих элементов системы автоматического регулирования являются или заданными, или определяются из энергетических расчетов и требований,

предъявляемых к статическим характеристикам системы. Кроме перечисленных элементов системы автоматического регулирования обычно должны иметь корректирующие элементы, структурная схема и параметры которых могут изменяться при синтезе. Корректирующие элементы составляют изменяемую часть системы. К изменяемой части системы иногда относят также чувствительные элементы и промежуточные усилители.

При таком подходе решение задачи синтеза сводится к нахождению структуры и параметров изменяемой части системы, причем главным образом корректирующих элементов и усилителей.

Рассмотрим эту задачу, ограничиваясь минимально-фазовыми системами, для которых существует однозначная связь между амплитудными и фазовыми частотными характеристиками, что позволяет использовать при решении задачи синтеза лишь логарифмическую амплитудную характеристику разомкнутой системы.

Метод решения задачи основан на подборе корректирующих устройств таким образом, чтобы логарифмическая амплитудная частотная характеристика разомкнутой системы была близка к желаемой. Асимптоты желаемой логарифмической амплитудной характеристики определяются заданными показателями качества переходных процессов и требуемой точностью регулирования. При построении желаемой логарифмической амплитудной характеристики выделяют три области: низкочастотную, среднечастотную и высокочастотную.

В низкочастотной области наклон асимптоты желаемой логарифмической амплитудной характеристики назначается в зависимости от требований, предъявляемых к точности системы автоматического регулирования. Для этого можно воспользоваться приближенной передаточной функцией разомкнутой системы, получаемой из передаточных функций (4.21) и (4.22) при $s \rightarrow 0$:

$$W_p = W_1(s)W_2(s) \approx K_v / s^v, \quad (4.30)$$

где $v = v_1 + v_2$ – порядок астатизма разомкнутой системы; K_v – коэффициент, равный коэффициенту усиления K для статической системы ($v = 0$), добротности по скорости K_u для системы с астатизмом первого порядка ($v = 1$) и добротности по ускорению K_a для системы с астатизмом второго порядка ($v = 2$).

После подстановки $s = j\omega$ в передаточную функцию (4.30) логарифмические амплитудные характеристики при известном значении K_v находятся обычным путем.

Если система автоматического регулирования должна быть статической ($v = 0$), то асимптота желаемой логарифмической амплитудной характеристики $L_{0ж}(\omega)$ в низкочастотной области определяется в виде

$$L_{0ж}(\omega) = 20 \lg K, \quad (4.31)$$

то есть имеет наклон 0 дБ/дек, рис. 4.5, а.

Значение K для заданной установившейся ошибки ε_0 вычисляют по формуле (4.27).

Если необходимо обеспечить в системе астатизм первого порядка ($v = 1$), то асимптота желаемой логарифмической амплитудной характеристики $L_{1ж}(\omega)$ в низкочастотной области должна удовлетворять уравнению

$$L_{1ж}(\omega) = 20 \lg K_u - 20 \lg \omega, \quad (4.32)$$

то есть имеет наклон -20 дБ/дек, рис. 4.5, б. Продолжение асимптоты пересекает ось частот при

$$\omega_u = K_u. \quad (4.33)$$

Добротность по скорости K_u либо является заданной, либо вычисляется по формуле (4.28) по заданной величине ошибки ε_1 .

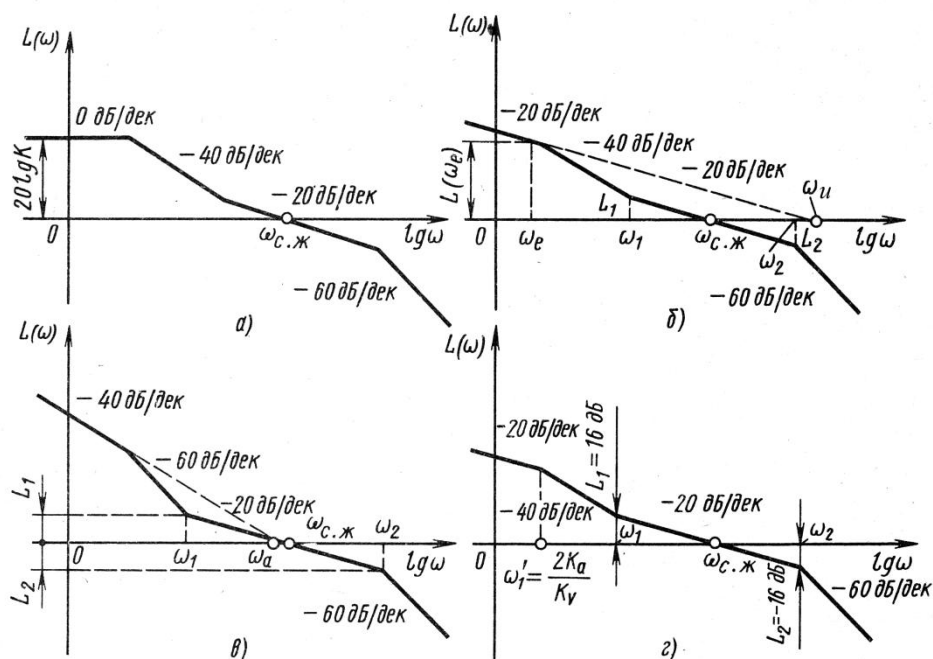


Рис. 4.5. Желаемые логарифмические амплитудные характеристики системы: а – статическая система; б – астатическая система первого порядка; в – астатическая система второго порядка; г – с заданной точностью по скорости и ускорению

Для получения системы с астатизмом второго порядка ($\nu = 2$) асимптоту желаемой логарифмической амплитудной характеристики $L_{1ж}(\omega)$ в низкочастотной области необходимо определять по уравнению

$$L_{1ж}(\omega) = 20 \lg K_a - 40 \lg \omega. \quad (4.34)$$

Такая асимптота (рис. 3.5, в) имеет наклон -40 дБ/дек и пересекает ось частот при

$$\omega_a = \sqrt{K_a}, \quad (4.35)$$

где K_a – добротность по ускорению, связанная с ошибкой ε_2 соотношением (4.29).

В тех случаях, когда к системе предъявляются требования в отношении точности обеспечения вынужденного режима как по скорости, так и по ускорению, в низкочастотной области должны проходить две асимптоты: одна с наклоном -20 дБ/дек, другая с наклоном -40 дБ/дек (рис. 4.5, г). Сопрягающая частота для этих асимптот вычисляется по соотношению

$$\omega'_1 = \frac{K_a}{K_u}. \quad (4.36)$$

В среднечастотной области расположение асимптоты желаемой логарифмической амплитудной характеристики определяется по рекомендуемым запасам устойчивости и по допустимым значениям времени переходного процесса. Для обеспечения общепринятых запасов устойчивости наклон асимптоты в среднечастотной области должен быть -20 дБ/дек. Эта асимптота пересекает ось частот при частоте среза $\omega_{с.ж}$, значение которой можно связать следующим соотношением с временем $t_{п}$ переходного процесса:

$$\omega_{с.ж} \geq \frac{b\pi}{t_{п}}. \quad (4.37)$$

Коэффициент b в соотношении (4.37) зависит от допускаемого в данном процессе максимального перерегулирования σ_{max} . Для различных σ_{max} этот коэффициент имеет следующие значения:

$\sigma_{max}, \%$	15	20	25	30	35
b	1,7	2,2	3	4	5

Среднечастотная область ограничивается частотами ω_1 и ω_2 , от значения которых зависят запасы устойчивости по фазе и по амплитуде, а следовательно, и максимальное перерегулирование σ_{max} . Для того чтобы запас по фазе составлял 45° и $\sigma_{max} \leq 30\%$ значения ординат точек, лежащих на желаемой логарифмической характеристике, при частотах ω_1 и ω_2 , должны быть соответственно $L_1 = 16$ дБ; $L_2 = -16$ дБ.

Сопряжение асимптот низкочастотной и высокочастотной областей может быть выполнено, как показано на рис. 4.5.

В высокочастотной области для уменьшения влияния помех на работу системы автоматического регулирования назначается обычно наибольший осуществимый в данной системе отрицательный наклон асимптоты желаемой логарифмической амплитудной характеристики. При этом следует иметь в виду, что во избежание чрезмерного усложнения корректирующих элементов желаемая логарифмическая амплитудная характеристика во всех трех областях, по возможности должна иметь наименьшие отклонения от логарифмической амплитудной характеристики некорректированной системы.

После того как желаемая амплитудная характеристика разомкнутой системы построена, синтез корректирующих элементов проводится в зависимости от типа их включения в систему рассмотренными ниже способами.

Синтез последовательных корректирующих элементов основан на использовании соотношения

$$W_{ж}(s) = W_{к}(s)W_{п}(s), \quad (4.38)$$

где $W_{ж}(s)$ – желаемая передаточная функция, которая должна быть получена после включения в систему последовательных корректирующих устройств; $W_{к}(s)$ – передаточная функция одного или нескольких последовательных корректирующих устройств; $W_{п}(s)$ – передаточная функция некорректированной разомкнутой системы.

Подставив в передаточную функцию (4.38) $s = j\omega$, после обычных преобразований найдем

$$L_{\text{ж}}(\omega) = L_{\text{к}}(\omega) + L_{\text{р}}(\omega),$$

откуда

$$L_{\text{к}}(\omega) = L_{\text{ж}}(\omega) - L_{\text{р}}(\omega) \quad (4.39)$$

Из соотношения (4.39) следует, что логарифмическая амплитудная характеристика $L_{\text{к}}(\omega)$ последовательных корректирующих элементов является разностью желаемой логарифмической амплитудной характеристики $L_{\text{ж}}(\omega)$ и логарифмической амплитудной характеристики некорректированной системы $L_{\text{р}}(\omega)$.

По логарифмической амплитудной характеристике $L_{\text{ж}}(\omega)$ устанавливается передаточная функция последовательных корректирующих элементов. В качестве примера на рис. 4.6 показаны логарифмические амплитудные характеристики, по которым для системы с передаточной функцией

$$W_{\text{р}}(s) = \frac{K_{\text{v}}}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

была определена передаточная функция корректирующего элемента вида

$$W_{\text{к}}(s) = \frac{1 + T_3s}{1 + T_4s},$$

где $T_3 = 1/\omega_3$; $T_4 = 1/\omega_4$.

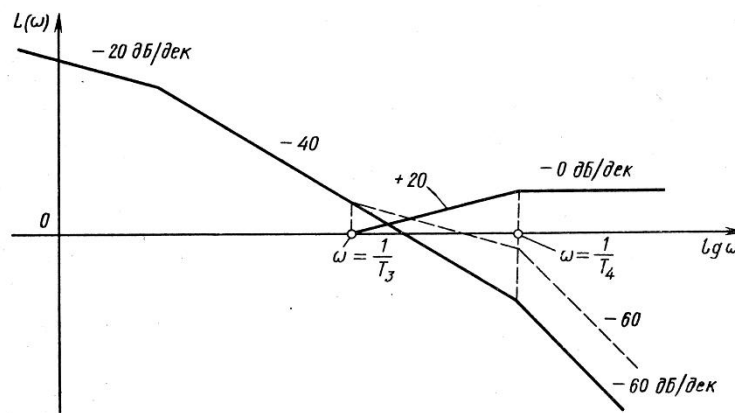


Рис. 4.6. Синтез последовательного корректирующего устройства

Синтез корректирующих элементов в виде обратных связей выполняется несколько сложнее, чем последовательных корректирующих элементов. Рассмотрим основные операции, связанные с определением передаточной функции $W_{\text{к}}(s)$ корректирующей отрицательной обратной связи, охватывающей регулятор с передаточной функцией $W_2(s)$ (рис. 4.7). Передаточная функция $W_{\text{ж}}(s)$ разомкнутой системы после корректирования записывается в виде

$$W_{\text{ж}}(s) = \frac{W_1(s)W_2(s)}{1 + W_2(s)W_{\text{к}}(s)}. \quad (4.40)$$

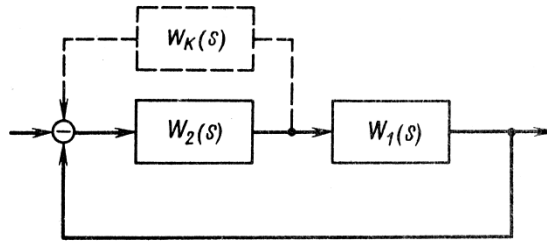


Рис. 4.7. Структурная схема системы автоматического регулирования с включением корректирующего устройства в виде дополнительной обратной связи

При условии, что в исследуемом диапазоне частот

$$W_2(j\omega)W_k(j\omega) \gg 1 \quad (4.41)$$

в соответствии с передаточной функцией (4.40) имеем

$$W_{\text{ж}}(s) = \frac{W_1(s)}{W_k(s)}, \quad (4.42)$$

откуда

$$L_{\text{к}}(\omega) = L_1(\omega) - L_{\text{ж}}(\omega). \quad (4.43)$$

Соотношение (4.43) показывает, что при надлежащем выборе передаточной функции корректирующей обратной связи в некотором диапазоне частот исключается влияние характеристики изменяемой части системы $W_2(j\omega)$ на динамические характеристики всей системы автоматического регулирования. Вид передаточной функции корректирующего элемента в обратной связи определяется, как и в предыдущем случае, после нахождения его логарифмической амплитудной характеристики $L_{\text{к}}(\omega)$ по соотношению (4.43).

При этом следует учитывать, что в рассматриваемом интервале частот должно соблюдаться условие (4.41). Последнее накладывает ограничения на области, в которых может проходить на комплексной плоскости амплитудно-фазовая частотная характеристика $W_2(j\omega)W_k(j\omega)$.

Другое условие, которое должно учитываться при синтезе корректирующей обратной связи, состоит в том, чтобы произвольно не понижался порядок астатизма системы. Для этого порядок нуля передаточной функции $W_k(s)$ не должен быть ниже порядка полюса передаточной функции $W_2(s)$.

5. ДИНАМИКА ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРИВОДОВ С ДРОССЕЛЬНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

5.1. Нелинейная модель гидромеханического привода с дроссельным регулированием

В динамике систем основными вопросами являются устойчивость и качество регулирования. Рассмотрим гидромеханический привод, схема которого приведена на рис. 5.1.

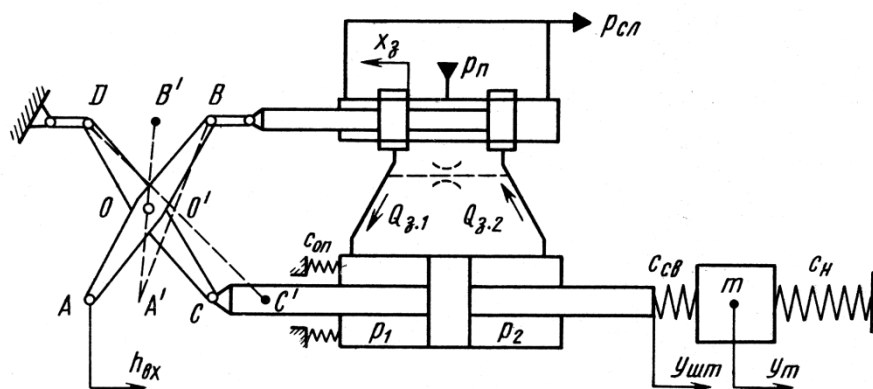


Рис. 5.1. Схема гидромеханического привода с дроссельным регулированием: $h_{вх}$ – перемещение управляющего рычага (входное воздействие); $x_з$ – перемещение золотника; $y_{шт}$, y_m – перемещение штока гидроцилиндра и массы m приведенной нагрузки; $p_п$, $p_{сл}$ – давление в напорной и сливной гидролинии соответственно; p_1 , p_2 – давления в полостях гидроцилиндра; $Q_{з.1}$, $Q_{з.2}$ – расход рабочей жидкости через золотник; COD – рычаг обратной связи; $c_{св}$, $c_н$, $c_{оп}$ – жесткость связи гидроцилиндра с нагрузкой, собственно нагрузки и опоры гидроцилиндра соответственно

Механизм управления приводом состоит из рычагов AOB и COD . При смещении точки A рычага AOB в направлении, показанном на схеме стрелкой (в точку A'), золотник смещается влево (точка B перемещается в положение B'), соединяя левую полость гидроцилиндра с напорной, а правую его полость – со сливной линией. Под действием возникшего в полостях перепада давления поршень гидроцилиндра перемещается вправо. Вместе со штоком поршня вправо перемещается точка C рычага COD . Поршень будет перемещаться до тех пор, пока точка O не займет положение O' , которому при фиксированном положении A' точки A соответствует нейтральное положение золотника. Таким образом, рычагом AOB осуществляется входное воздействие на данный следящий привод, а рычагом COD обеспечивается обратная связь. Коэффициенты передачи механизма управления, очевидно, зависят от отношений плеч указанных рычагов.

Составим систему уравнений, связывающую входное воздействие $h_{вх}$ с выходным параметром – перемещением нагрузки y_m .

Уравнение динамики приведенной массы нагрузки m запишем, применив к ней второй закон Ньютона:

$$m \frac{d^2 y_m}{dt^2} = c_{св} (y_{шт} - y_m) - c_{н} y_m - P_{тр}, \quad (5.1)$$

где $P_{тр}$ – приведенная к выходному звену сила трения, действующая на перемещаемые гидроприводом части управляемого объекта.

Уравнение движения штока гидроцилиндра запишется аналогично

$$m_{п} \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} = F_{ц1} p_1 - F_{ц2} p_2 - c_{св} (y_{шт} - y_m) - P_{тр.ц}, \quad (5.2)$$

где p_1, p_2 – давление в левой и правой полости гидроцилиндра; $F_{ц1}, F_{ц2}$ – соответствующие им площади поршня; $m_{п}$ – суммарная масса поршня и штока; $P_{тр.ц}$ – сила трения, действующая на поршень.

Уравнение сохранения массы рабочей жидкости в левой полости имеет вид

$$\frac{d\rho V_{1\Sigma}}{dt} = \rho Q_{3.1}, \quad (5.3)$$

где $V_{1\Sigma} = V_1 + V_{1л}$ – суммарный объем рабочей жидкости, содержащейся в левой части гидроцилиндра V_1 и примыкающей к нему гидролинии $V_{1л}$.

Выполняя дифференцирование в (5.3), пренебрегая при этом деформацией стенок гидролинии, а также учитывая выражение для модуля объемной сжимаемости жидкости $B = 1/\rho(d\rho/dp)$, получим

$$\frac{dV_1}{dt} + \frac{V_{1\Sigma}}{B_1} \frac{dp_1}{dt} = Q_{3.1}. \quad (5.4)$$

где B_1 – модуль объемной сжимаемости в левой полости гидроцилиндра.

Так как гидроцилиндр закреплен на подвижной опоре (с жесткостью $c_{оп}$), то

$$V_1 = V_{10} + F_{ц1} y_{шт} + F_{ц2} y_{ц},$$

где V_{10} – объем гидроцилиндра при начальном положении поршня.

Продифференцируем это равенство и подставим результат в (5.4)

$$F_{ц1} \frac{dy_{шт}}{dt} + F_{ц2} \frac{dy_{ц}}{dt} + \frac{V_{1\Sigma}}{B_1} \frac{dp_1}{dt} = Q_{3.1}. \quad (5.5)$$

Уравнение сохранения массы для правой рабочей полости гидроцилиндра имеет вид.

$$\frac{d\rho V_{2\Sigma}}{dt} = -\rho Q_{3.2}, \quad (5.6)$$

Знак минус в левой части означает, что при $Q_{3.2} > 0$ масса рабочей жидкости в правом объеме убывает. Кроме того учтем, что при положительных перемещениях $y_{шт}$ и $y_{ц}$ объем V_2 также убывает, то есть $V_2 = V_{20} - F_{ц2} y_{шт} - F_{ц1} y_{ц}$. Тогда будем иметь

$$F_{ц2} \frac{dy_{шт}}{dt} + F_{ц1} \frac{dy_{ц}}{dt} - \frac{V_{2\Sigma}}{B_2} \frac{dp_2}{dt} = Q_{3.2}. \quad (5.7)$$

Для определения координаты $y_{ц}$ запишем уравнение динамики корпуса гидроцилиндра, применив к нему второй закон Ньютона

$$m_{\text{ц}} \frac{d^2 y_{\text{ц}}}{dt^2} = F_{\text{ц1}} p_1 - F_{\text{ц2}} p_2 - c_{\text{оп}} y_{\text{ц}} - P_{\text{тр.ц}}, \quad (5.8)$$

где $m_{\text{ц}}$ – масса гидроцилиндра.

Расходы жидкости через золотник найдутся из зависимостей

$$Q_{3.1} = k_{31} x_3 \sqrt{|p_{\text{п}} - p_1|} \text{sign}(p_{\text{п}} - p_1); \quad (5.9)$$

$$Q_{3.2} = k_{32} x_3 \sqrt{|p_2 - p_{\text{сл}}|} \text{sign}(p_2 - p_{\text{сл}}), \quad (5.10)$$

где k_{31}, k_{32} – удельные, отнесенные к единице перемещения золотника, проводимости окон гидрораспределителя.

Приведенные уравнения описывают прямой ход штока гидроцилиндра (вправо), который соответствует смещению золотника влево. При обратном ходе, то есть при смещении золотника вправо, уравнения (5.1), (5.2), (5.8) остаются без изменений.

Получим уравнения сохранения массы в полостях гидроцилиндра для рассматриваемого случая. Для этого обратимся к уравнениям (5.3) и (5.6), которые можно следующим образом обобщить и на случай перемещения штока гидроцилиндра влево

$$\frac{d\rho V_{1\Sigma}}{dt} = \rho Q_{3.1} - \rho Q_{3.3}, \quad (5.11)$$

$$\frac{d\rho V_{2\Sigma}}{dt} = -\rho Q_{3.2} + \rho Q_{3.4}, \quad (5.12)$$

где $Q_{3.3}, Q_{3.4}$ – расход рабочей жидкости сливающейся из левой полости гидроцилиндра и поступающей в правую полость соответственно. При этом (5.9) и (5.10) необходимо модернизировать, дополнив следующим образом

$$Q_{3.1} = \begin{cases} k_{31} x_3 \sqrt{|p_{\text{п}} - p_1|} \text{sign}(p_{\text{п}} - p_1) & \text{при } x_3 > 0; \\ 0 & \text{при } x_3 < 0, \end{cases} \quad (5.13)$$

$$Q_{3.2} = \begin{cases} k_{32} x_3 \sqrt{|p_2 - p_{\text{сл}}|} \text{sign}(p_2 - p_{\text{сл}}) & \text{при } x_3 > 0; \\ 0 & \text{при } x_3 < 0. \end{cases} \quad (5.14)$$

Выражения для расходов $Q_{3.3}, Q_{3.4}$ запишем аналогичным образом

$$Q_{3.3} = \begin{cases} -k_{31} x_3 \sqrt{|p_1 - p_{\text{сл}}|} \text{sign}(p_1 - p_{\text{сл}}) & \text{при } x_3 < 0; \\ 0 & \text{при } x_3 > 0, \end{cases} \quad (5.15)$$

$$Q_{3.4} = \begin{cases} -k_{34} x_3 \sqrt{|p_{\text{п}} - p_2|} \text{sign}(p_{\text{п}} - p_2) & \text{при } x_3 < 0; \\ 0 & \text{при } x_3 > 0. \end{cases} \quad (5.16)$$

Знак минус в правой части последних двух соотношений необходим для того, чтобы величины расходов были положительными при положительных перепадах давления, так как при этом $x_3 < 0$.

Раскрывая производные в левых частях (5.11) и (5.12), также как это было сделано при рассмотрении прямого хода штока гидроцилиндра, получим следующий

вид уравнений сохранения массы рабочей жидкости, пригодный для использования в общем случае произвольного направления перемещения штока

$$F_{ц1} \frac{d y_{шт}}{dt} + F_{ц1} \frac{d y_{ц}}{dt} + \frac{V_{1\Sigma}}{B_1} \frac{d p_1}{dt} = Q_{3.1} - Q_{3.3}; \quad (5.17)$$

$$F_{ц2} \frac{d y_{шт}}{dt} + F_{ц1} \frac{d y_{ц}}{dt} - \frac{V_{1\Sigma}}{B_1} \frac{d p_2}{dt} = Q_{3.2} - Q_{3.4}. \quad (5.18)$$

Для замыкания приведенной системы уравнений необходимо записать уравнение обратной связи – уравнение, связывающее перемещение золотника с входным воздействием $h_{вх}$ и перемещением штока гидроцилиндра $y_{шт}$, которое при заданной кинематической схеме имеет вид

$$x_3 = K_{xh} h_{вх} - K_{oc} y_{шт}, \quad (5.19)$$

где $K_{xh} = OB/AO$ – коэффициент передачи механизма управления гидроприводом; $K_{oc} = (AB \cdot DO)/(AO \cdot CD)$ – коэффициент обратной связи гидропривода.

В приведенных уравнениях не указаны зависимости для расчета сил трения. В простейшем случае можно считать, что данные силы пропорциональны скорости перемещения соответствующих элементов системы.

5.2. Линейная модель гидромеханического привода с дроссельным регулированием

При линеаризации системы уравнений, составленной в предыдущем разделе, примем ряд допущений. Будем считать систему геометрически симметричной, то есть $F_{ц1} = F_{ц2} = F_{ц}$, $V_{л1} = V_{л2} = V_{л}$, $k_{31} = k_{32} = k_{33} = k_{34} = k_3$, $B_{ж1} = B_{ж2} = B_{ж}$. Силу трения будем считать пропорциональной скорости перемещения

$$P_{тр} = k_{тр} \frac{d y_m}{dt}. \quad (5.20)$$

Зависимости расхода от перепада давлений линеаризуем в окрестности $x_3 = 0$ и приведем их к виду

$$Q_3 = K_{Qx} x_3 - K_{Qp} p_H, \quad (5.21)$$

где $p_H = p_1 - p_2$.

С учетом (5.20) уравнение (5.1) примет вид

$$m \frac{d^2 y_m}{dt^2} + k_{тр} \frac{d y_m}{dt} + (c_{св} + c_H) y_m = c_{св} y_{шт}. \quad (5.22)$$

Пренебрежем силой инерции и силой трения поршня, тогда вместо (5.2) получим уравнение

$$F_{ц} p_H - c_{св} (y_{шт} - y_m) = 0. \quad (5.23)$$

Уравнения (5.5) и (5.7), рассматривая перемещения поршня около среднего положения, приведем к виду

$$F_{ц} \frac{d y_{шт}}{dt} + F_{ц} \frac{d y_{ц}}{dt} + \frac{V_{\Sigma}}{B} \frac{d p_1}{dt} = Q_3. \quad (5.24)$$

$$F_{\text{ц}} \frac{d y_{\text{шт}}}{dt} + F_{\text{ц}} \frac{d y_{\text{ц}}}{dt} - \frac{V_{\Sigma}}{B} \frac{d p_2}{dt} = Q_3, \quad (5.25)$$

где $V_{\Sigma} = V_0 + V_{\text{л}}$.

Сложив уравнения (5.24) и (5.25)

$$F_{\text{ц}} \frac{d y_{\text{шт}}}{dt} + F_{\text{ц}} \frac{d y_{\text{ц}}}{dt} + \frac{V_{\Sigma}}{2B} \frac{d p_{\text{н}}}{dt} = Q_3. \quad (5.26)$$

Пренебрегая массой гидроцилиндра $m_{\text{ц}}$ и силой трения $P_{\text{тр.ц}}$ из уравнения (5.8) получим

$$F_{\text{ц}} p_{\text{н}} - c_{\text{оп}} y_{\text{ц}} = 0. \quad (5.27)$$

Выразив отсюда $y_{\text{ц}}$ и подставив в (5.26) приведем его к виду

$$F_{\text{ц}} \frac{d y_{\text{шт}}}{dt} + \frac{V_0}{2E_{\text{ц}}} \frac{d p_{\text{н}}}{dt} = Q_3, \quad (5.28)$$

где $E_{\text{ц}}$ – приведенный модуль упругости гидроцилиндра

$$E_{\text{ц}} = \frac{B_{\text{ж}}}{1 + \frac{V_{\text{л}}}{V_0} + \frac{2F_{\text{ц}}^2 B_{\text{ж}}}{V_0 c_{\text{оп}}}}. \quad (5.29)$$

Уравнения (5.21), (5.22), (5.23), (5.28) вместе с уравнением (5.19) образуют линейную модель следящего гидромеханического привода с дроссельным регулированием. Данную систему можно свести к одному дифференциальному уравнению третьего порядка

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{2E_{\text{ц}} F_{\text{ц}}^2}{V_0 c_{\text{св}}} \right) \frac{V_0 m}{2E_{\text{ц}} F_{\text{ц}} K_{Qx}} \frac{d^3 y_m}{dt^3} + \frac{F_{\text{ц}}}{K_{Qx}} \left(\frac{K_{Qp} m}{F_{\text{ц}}^2} + \frac{k_{\text{тр}} V_0}{2E_{\text{ц}} F_{\text{ц}}^2} + \frac{k_{\text{тр}}}{c_{\text{св}}} + \frac{K_{Qx} K_{\text{ос}} m}{F_{\text{ц}}^2 c_{\text{св}}} \right) \times \\ & \times \frac{d^2 y_m}{dt^2} + \frac{F_{\text{ц}}}{K_{Qx}} \left(\frac{c_{\text{н}}}{c_{\text{св}}} + \frac{V_0 c_{\text{н}}}{2E_{\text{ц}} F_{\text{ц}}^2} + \frac{K_{Qp} k_{\text{тр}}}{F_{\text{ц}}^2} + \frac{K_{Qx} K_{\text{ос}} k_{\text{тр}}}{F_{\text{ц}} c_{\text{св}}} + 1 \right) \frac{d y_m}{dt} + \\ & + \left(K_{\text{ос}} + \frac{K_{\text{ос}} c_{\text{н}}}{c_{\text{св}}} + \frac{K_{Qp} c_{\text{н}}}{K_{Qx} F_{\text{ц}}} \right) y_m = K_{xh} h_{\text{вх}}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

В большинстве случаев слагаемые, находящиеся в скобках при производной dh_m/dt , малы по сравнению с единицей. Кроме того обычно $c_{\text{н}} \ll c_{\text{св}}$, поэтому можно пренебречь величиной $K_{\text{ос}} c_{\text{н}}/c_{\text{св}}$. Введем следующие обозначения:

- гидравлическая постоянная времени привода

$$T_{\text{г.п}} = F_{\text{ц}} / K_{Qx}; \quad (5.31)$$

- механическая постоянная времени привода

$$T_{\text{ц}} = \sqrt{m / c'_{\text{ц}}}, \quad (5.32)$$

где $c'_{\text{ц}}$ – приведенная жесткость нагруженного гидроцилиндра, определяемая соотношением

$$c'_{ц} = \frac{2F_{ц}^2 E_{ц}}{V_0 \left(1 + \frac{2F_{ц}^2 E_{ц}}{V_0 c_{св}} \right)}; \quad (5.33)$$

при абсолютно жесткой связи ($c_{св} \rightarrow \infty$) вместо $c'_{ц}$ имеем

$$c_{ц} = \frac{2F_{ц}^2 E_{ц}}{V_0}. \quad (5.34)$$

- коэффициент относительного демпфирования

$$\xi_{ц} = T_{д.ц} / (2T_{ц}), \quad (5.35)$$

где $T_{д.ц}$ – постоянная времени демпфирования

$$T_{д.ц} = \frac{K_{Qp} m}{F_{ц}^2} + \frac{k_{тр} V_0}{2E_{ц} F_{ц}^2} + \frac{k_{тр}}{c_{св}} + \frac{K_{Qx} K_{oc} m}{F_{ц}^2 c_{св}}; \quad (5.36)$$

- коэффициент внутренней обратной связи

$$K_{н} = \frac{K_{Qp} c_{н}}{K_{Qx} F_{ц}}. \quad (5.37)$$

С учетом введенных обозначений уравнение (5.30) примет вид

$$T_{г.п} T_{ц}^2 \frac{d^3 y_m}{dt^3} + T_{г.п} T_{д.ц} \frac{d^2 y_m}{dt^2} + T_{г.п} \frac{d y_m}{dt} + (K_{oc} + K_{н}) y_m = K_{xh} h_{вх}. \quad (5.38)$$

Выполним преобразование Лапласа в обеих частях уравнения (5.38) и представим его в виде

$$T_{г.п} s (T_{ц}^2 s^2 + 2\xi_{ц} T_{ц} s + 1) y_m(s) = K_{xh} h_{вх} - (K_{oc} + K_{н}) y_m(s). \quad (5.39)$$

Или

$$\frac{y_m(s)}{h_{вх}(s)} = \frac{K_{xh}}{T_{г.п} s (T_{ц}^2 s^2 + 2\xi_{ц} T_{ц} s + 1)} - \frac{K_{oc} + K_{н}}{T_{г.п} s (T_{ц}^2 s^2 + 2\xi_{ц} T_{ц} s + 1)} \frac{y_m(s)}{h_{вх}(s)}. \quad (5.40)$$

Обозначим

$$W_p(s) = \frac{1}{T_{г.п} s (T_{ц}^2 s^2 + 2\xi_{ц} T_{ц} s + 1)},$$

что соответствует передаточной функции последовательно соединенных интегрирующего и колебательного звеньев с коэффициентом передачи $K = 1$.

С учетом этого обозначения выразим из (5.40) передаточную функцию гидропривода $\Phi(s) = y_m(s) / h_{вх}(s)$:

$$\Phi(s) = K_{xh} \frac{W_p(s)}{1 + (K_{oc} + K_{н}) W_p(s)}. \quad (5.41)$$

Из (5.41) видно, что гидропривод представляет собой последовательно соединенные пропорциональное звено с коэффициентом передачи K_{xh} и замкнутый контур, состоящий из последовательно расположенных интегрирующего и коле-

бательного звеньев, охваченных обратной связью с коэффициентом передачи ($K_{oc} + K_H$).

Коэффициентом K_H устанавливается пропорциональное соотношение между смещением поршня гидроцилиндра и условным смещением золотника, к которому в линеаризованных уравнениях приводится изменение расхода жидкости из-за изменения перепада давления в полостях гидроцилиндра при действии позиционной нагрузки. От этого коэффициента зависит статическая ошибка, с которой поддерживается заданное положение штока гидроцилиндра. При малых утечках жидкости через распределитель и малых смещениях золотника от нейтрали коэффициент K_H оказывается обычно значительно меньше K_{oc} . В дальнейшем в основном рассматриваются именно такие случаи, когда K_H можно пренебречь по сравнению с K_{oc} . Структурная схема гидропривода, соответствующая такому случаю, приведена на рис. 5.2.

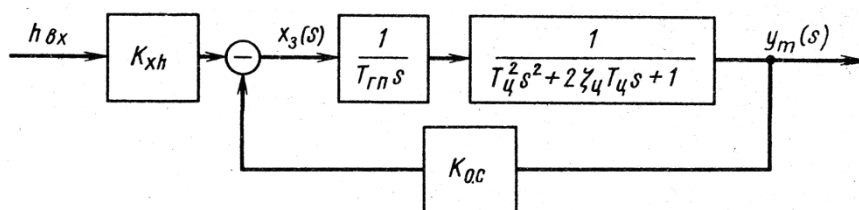


Рис. 5.2. Структурная схема гидропривода

Гидравлическая постоянная времени $T_{г.п}$ определяет время заполнения жидкостью пространства, освобождаемого в гидроциindre при перемещении его поршня на величину, равную смещению золотника от нейтрали. Очевидно, что это время будет тем меньше, чем больше при одном и том же смещении золотника пропускная способность распределителя (больше K_{Qx}) и меньше рабочая площадь $F_{ц}$ гидроцилиндра. С уменьшением времени заполнения гидроцилиндра увеличивается скорость движения поршня, и поэтому постоянная времени $T_{г.п}$ характеризует быстродействие гидропривода.

Величина $1/T_{ц}$ является угловой частотой $\omega_{0ц}$ недемпфированных колебаний массы m , имеющей упругую связь с поршнем гидроцилиндра, который заполнен сжимаемой жидкостью и закреплен на упругой опоре. Эта частота с уменьшением $T_{ц}$ увеличивается.

Коэффициент относительного демпфирования $\xi_{ц}$ учитывает действие демпфирующих факторов, обусловленных наличием гидравлического трения в нагрузке и гидравлического сопротивления распределителя. Кроме того, этот коэффициент учитывает падение притока энергии в гидропривод, вызванное уменьшением расхода жидкости, протекающей через распределитель, при увеличении перепада давления в гидроциindre.

ЛАФЧХ разомкнутого контура данной системы приведены на рис. 5.3. Из рис. 5.3 видно, что смещение по фазе может достигать -180° при $L(\omega) > 0$. Следовательно при определенном сочетании параметров привод может быть неустойчивым.

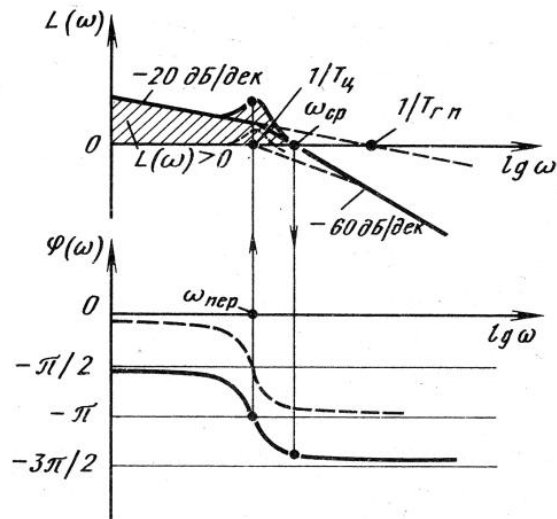


Рис. 5.3. ЛАФЧХ разомкнутого контура гидромеханического следящего гидропривода

Физическая причина неустойчивости гидропривода заключается в том, что вследствие сжимаемости жидкости и упругости опоры гидроцилиндра шток с присоединенной, к нему массой m по инерции проходит заданное положение равновесия. При этом механизм обратной связи смещает золотник от нейтрального положения и в гидроцилиндре создается перепад давления, вызывающий возвратное движение поршня вместе с массой m , которые снова «проскакивают» положение равновесия. Если поступающая в гидропривод, с потоком жидкости энергия будет превосходить затраченную из-за диссипации энергию, то возникшие колебания окажутся расходящимися по амплитуде.

Рассматриваемая здесь линейная модель гидропривода при некотором сочетании параметров может попадать на границу устойчивости. В этом случае колебания имеют постоянную амплитуду, зависящую от величины начального возмущения. Однако при малейшем изменении параметров гидропривода колебания становятся либо расходящимися (гидропривод неустойчив), либо сходящимися (гидропривод устойчив). Характеристики реального гидропривода обычно всегда содержат нелинейности, из-за которых амплитуда колебаний будет ограничиваться, и тогда могут устанавливаться автоколебания.

Если гидропривод не нагружен ($m = 0$, $k_{тр} = 0$, $c_n = 0$), то $T_{ц} = 0$ и в структурной схеме сохраняется только интегрирующее звено, охваченное отрицательной обратной связью. В этом случае контур можно заменить одним устойчивым апериодическим звеном. Таким образом, гидропривод без нагрузки будет устойчив, а переходные процессы в нем находятся из решения уравнения

$$T_{г.п} \frac{d y_m}{dt} + K_{ос} y_m = K_{xh} h_{вх}. \quad (5.42)$$

Перейдем в (5.42) к относительным переменным: $\tilde{y}_m = y_m / y_m^0$, $\tilde{h}_{вх} = h_{вх} / h_{вх}^0$, $h_{вх}^0 = K_{ос} y_m^0 / K_{xh}$. Переходная функция системы без нагрузки, равная решению обезразмеренного уравнения (5.42) при $\tilde{h}_{вх} = 1(t)$, имеет вид

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{K_{oc}t}{T_{г.п}}} \quad (5.43)$$

Величина

$$D_{г} = K_{oc} / T_{г.п}, \quad (5.44)$$

от которой зависит вид переходной функции (5.43), называется *добротностью гидропривода*. Чем больше добротность, тем выше быстродействие привода. Согласно (5.44) добротность увеличивается с увеличением коэффициента обратной связи K_{oc} и уменьшением постоянной времени $T_{г.п}$.

5.3. Устойчивость и качество регулирования следящего гидромеханического привода

Характеристическое уравнение замкнутой рассматриваемой системы имеет вид

$$T_{г.п}T_{ц}^2\lambda^3 + 2\xi_{ц}T_{ц}T_{г.п}\lambda^2 + T_{г.п}\lambda + K_{oc} = 0. \quad (5.45)$$

В соответствии с критерием Гурвица для устойчивости данной системы необходимо и достаточно, чтобы выполнялось соотношение

$$2\xi_{ц}T_{г.п} > K_{oc}T_{ц}. \quad (5.46)$$

Или, с учетом (5.35),

$$T_{д.ц}T_{г.п} > K_{oc}T_{ц}^2. \quad (5.47)$$

Таким образом, устойчивости гидропривода способствует увеличение постоянной времени $T_{г.п}$ и уменьшение коэффициента обратной связи K_{oc} , то есть уменьшение добротности $D_{г}$ гидропривода и, следовательно, уменьшение его быстродействия. Это условие отражает общее для большинства систем автоматического регулирования правило: *повышение быстродействия снижает устойчивость*. Кроме того, на устойчивость гидропривода положительно влияет увеличение коэффициента относительного демпфирования $\xi_{ц}$ и уменьшение постоянной времени $T_{ц}$.

Рассмотрим более подробно два частных случая.

1. Нагрузка без трения, $k_{тр} = 0$; связь штока гидроцилиндра с нагрузкой абсолютно жесткая, $c_{св} = \infty$. В этом случае неравенства (5.46) и (5.47) с учетом соотношений (5.31)...(5.36) приводятся к виду

$$K_{Qp} > \frac{K_{Qx}K_{oc}V_0}{2F_{ц}E_{ц}}. \quad (5.48)$$

Заметим, что в условии устойчивости (5.48) не входит масса m нагрузки. Это объясняется одинаковой зависимостью от массы m постоянной времени $T_{ц}$ и коэффициента относительного демпфирования $\xi_{ц}$. Таким образом, с одной стороны масса m в сочетании с упругостью жидкости и опоры гидроцилиндра является причиной возникновения колебаний, а, с другой стороны, вызывая сопровождающие эти колебания изменения перепада давления в гидроцилиндре, способствует уменьшению расхода жидкости, протекающей через распределитель, и

вследствие уменьшения поступления энергии увеличивает демпфирование гидропривода.

Вблизи нейтрального положения золотника величина K_{Qp} зависит от утечек через золотник. Для идеального золотника в нейтральном положении $K_{Qp} = 0$. Поэтому в таком гидроприводе равновесное состояние неустойчиво, а движение поршня без колебаний происходит при смещении золотника от нейтрали, превышающем некоторое значение. Реальный гидропривод будет тем ближе к рассмотренному идеальному, чем герметичнее его распределитель при нейтральном положении золотника и чем меньше трение в гидроцилиндре и в нагрузке. В таком гидроприводе могут также возникать автоколебания.

2 Нагрузка с трением, $k_{тр} > 0$; связь штока гидроцилиндра с нагрузкой абсолютно жесткая, $c_{св} \rightarrow \infty$. Кроме того, примем, что вследствие малых утечек жидкости в распределителе коэффициент K_{Qp} в окрестности $x_{30} = 0$ близок к нулю, и поэтому первым членом в правой части соотношения (5.36) можно пренебречь по сравнению со вторым членом. Условие устойчивости (5.47) после подстановки в него вычисленных с учетом сделанных допущений постоянных времени $T_{г.п}$, $T_{ц}$ и $T_{д.ц}$ приведем к виду

$$k_{тр} > \frac{K_{Qx} K_{ос} m}{F_{ц}} = D_{г} m. \quad (5.49)$$

Неравенство (5.49) показывает, что при наличии гидравлического трения в нагрузке условие устойчивости выполнимо и при идеальном золотнике. Увеличение добротности (или быстродействия привода) ухудшает устойчивость, для соблюдения которой необходимо увеличивать $k_{тр}$ или уменьшать m .

При заданных значениях параметров гидропривода устойчивость и качество процессов можно проверить частотными методами. Для этого строятся логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики разомкнутого контура гидропривода. Если условия устойчивости выполняются, то находится вещественная частотная характеристика замкнутого контура гидропривода, после чего вычисляется переходный процесс описанным в п. 4.2 методом.

5.4. Корректирование динамики гидроприводов с дроссельным регулированием

Условия устойчивости гидропривода зависят от его быстродействия, степени демпфирования, создаваемого силами трения, а также от допустимого расхода жидкости из системы питания при равновесном состоянии гидропривода, то есть от герметичности распределителя. Если необходимо получить высокую добротность гидропривода при наличии большой массы нагрузки и малых значениях относительного демпфирования, то для обеспечения устойчивости приходится применять корректирующие устройства. Известны следующие методы корректировки гидроприводов с дроссельным регулированием.

1. Введение перетечки между полостями гидроцилиндра.
2. Обеспечение дополнительной обратной связи путем использования упругости опоры гидроцилиндра.

3. Подключения демпфера к золотнику.

4. Включение дополнительных обратных связей, создающих сигналы по производным от давления в полостях гидроцилиндра или по производным от перемещения поршня.

Последний способ чаще применяется для повышения устойчивости электрогидравлических приводов, о чем речь пойдет далее. Рассмотрим указанные методы.

Введение перетечки жидкости между полостями гидроцилиндра. При этом методе полости гидроцилиндра соединяются каналом с малым проходным сечением. Рассмотрим условие устойчивости при данном методе, пренебрегая силой трения, считая связь штока с нагрузкой абсолютно жесткой ($c_{св} \rightarrow \infty, y_m = y_{шт}$) и не учитывая позиционную нагрузку ($c_n = 0$). При данных допущениях система уравнений динамики привода примет вид

$$Q_3 = K_{Qx}x_3 - K_{Qp}p_H; \quad (5.50)$$

$$m \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} = F_{ц} p_H; \quad (5.51)$$

$$F_{ц} \frac{d y_{шт}}{dt} + F_{ц} \frac{d y_{ц}}{dt} + \frac{V_{\Sigma}}{2B} \frac{d p_H}{dt} = Q_3 - Q_{пер}; \quad (5.52)$$

$$x_3 = K_{xh} h_{вх} - K_{ос} y_{шт}. \quad (5.53)$$

Расход рабочей жидкости при перетечках $Q_{пер}$ определим по формуле

$$Q_{пер} = k_{пер} p_H, \quad (5.54)$$

где проводимость перепускного канала $k_{пер}$ в случае, например, ламинарного течения жидкости с вязкостью μ в канале диаметром d и длиной l находится по формуле

$$k_{пер} = \frac{\pi d^4}{128 \mu l}. \quad (5.55)$$

Принимая в уравнении (5.50) $K_{Qp} = 0$, получим наиболее неблагоприятный для устойчивости случай. Представим приведенную выше систему в виде одного уравнения

$$\frac{V_0 m}{2E_{ц} F_{ц} K_{Qx}} \frac{d^3 y_{шт}}{dt^3} + \frac{k_{пер} m}{F_{ц} K_{Qx}} \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + \frac{F_{ц}}{K_{Qx}} \frac{d y_{шт}}{dt} + K_{ос} y_{шт} = K_{xh} h_{вх}. \quad (5.56)$$

Условие Гурвица устойчивости системы может быть представлено следующим образом

$$k_{пер} > \frac{K_{Qx} K_{ос} V_0}{2E_{ц} F_{ц}}, \quad (5.57)$$

которое с помощью соотношений (5.31) и (5.44) можно записать в виде

$$k_{пер} > \frac{D_{г} V_0}{2E_{ц}}. \quad (5.58)$$

Отсюда следует, что для выполнения условия устойчивости проводимость канала перепуска должна быть тем больше, чем больше добротность гидропривода и меньше значение $E_{ц}$. Последняя величина снижается с уменьшением жесткости опоры гидроцилиндра и увеличением количества нерастворенного воздуха в жидкости.

Обеспечение устойчивости перетечкой жидкости в гидроцилиндре является достаточно простым способом, практически не требующим изменения схемы и конструкции гидропривода. Поэтому его особенно удобно применять в тех случаях, когда из-за действия каких-либо факторов, которые с необходимой точностью не могли быть учтены при проектировании гидропривода (сухое трение в нагрузке, упругость узлов, связанных с опорой гидроцилиндра, и др.), обнаруживается неустойчивость уже изготовленного гидропривода. Однако следует иметь в виду, что с введением перетечки снижается точность работы гидропривода, так как при малых смещениях золотника от нейтрального положения уменьшается изменение перепада давления в полостях гидроцилиндра и при наличии сухого трения поршень гидроцилиндра не перемещается. Кроме того, при перетечке жидкости из одной полости гидроцилиндра в другую появляется «просадка» поршня под действием внешней нагрузки.

Использование упругости опоры гидроцилиндра для получения дополнительной обратной связи. При записи уравнения (5.19) предполагалось, что корпус золотника и точка D рычага COD закреплены независимо от гидроцилиндра. Рассмотрим теперь более общий случай. Пусть корпус золотника составляет одно целое с гидроцилиндром и, следовательно, при деформации опоры перемещается вместе с ним. Точку D рычага COD будем считать закрепленной на вспомогательном рычаге DO_1E опора которого неподвижна, а точку E – жестко связанной с гидроцилиндром (рис. 5.4).

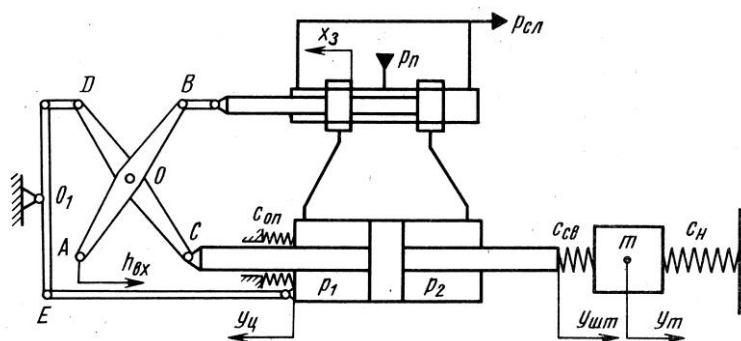


Рис. 5.4. Схема дроссельного гидропривода с дополнительной обратной связью из-за упругости опоры

При этой схеме механизма управления перемещение гидроцилиндра на упругой опоре вызывает смещение золотника и его корпуса навстречу друг другу. Например, если в результате перемещения точки A вправо золотник был сначала отклонен влево от нейтрального положения, то под действием разности давлений $p_1 - p_2$ гидроцилиндр из-за упругости опоры сместится влево. Вместе с гидроцилиндром влево переместится корпус золотника, а сам золотник вследствие пово-

рота рычага DO_1E по часовой стрелке сместится вправо. Таким образом, кроме основной обратной связи по положению штока поршня, создаваемой рычагом COD , в данном гидроприводе имеется дополнительная отрицательная обратная связь по перемещению гидроцилиндра.

Влияние этой обратной связи на устойчивость гидропривода исследуем при таких же, как в предыдущем случае, допущениях, то есть полагая $k_{тр} = K_{Qp} = c_{н} = 0$. Кроме того, для данной схемы гидропривода $Q_{пер} = 0$. Уравнение механизма управления гидроприводом с учетом дополнительной отрицательной обратной связи можно записать в виде

$$x_3 = K_{xh}h_{вх} - K_{ос}y_{шт} - y_{ц} - K_{оц}y_{ц}, \quad (5.59)$$

где $y_{ц}$ – перемещение гидроцилиндра; $K_{оц}$ – коэффициент передачи, определяемый соотношением плеч рычагов механизма.

Уравнение движения гидроцилиндра используем в форме (5.27), то есть пренебрегая его массой и силой трения. Выразив отсюда $y_{ц}$ и подставив в (5.59), получим

$$x_3 = K_{xh}h_{вх} - K_{ос}y_{шт} - (1 + K_{оц}) \frac{F_{ц}}{c_{оп}} p_{н}. \quad (5.60)$$

Отсюда видно, что дополнительная отрицательная обратная связь по перемещению гидроцилиндра эквивалентна отрицательной обратной связи по перепаду давления $p_{н}$. При чисто инерционной нагрузке согласно уравнению (5.51) такая обратная связь создает сигнал по ускорению поршня гидроцилиндра. Таким образом, математическая модель системы включает уравнения (5.50), (5.51), (5.52), (5.60) (при $K_{Qp} = k_{пер} = 0$). Приводя эту систему к одному уравнению, получим

$$\frac{V_0 m}{2E_{ц} F_{ц} K_{Qx}} \frac{d^3 y_{шт}}{dt^3} + \frac{(1 + K_{оц}) m}{c_{оп}} \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + \frac{F_{ц}}{K_{Qx}} \frac{d y_{шт}}{dt} + K_{ос} y_{шт} = K_{xh} h_{вх}. \quad (5.61)$$

Из критерия устойчивости Гурвица в данном случае следует

$$1 + K_{оц} > \frac{K_{ос} V_0 c_{оп}}{2E_{ц} F_{ц}^2}, \quad (5.62)$$

или, используя (5.29)

$$1 + K_{оц} > K_{ос} \left(1 + \frac{c_{оп}}{c'_{ц}} \right), \quad (5.63)$$

где $c'_{ц} = \frac{2B_{ж} F_{ц}^2}{V_0 + V_{л}}$ – жесткость гидроцилиндра, заполненного жидкостью и закрепленного на абсолютно жесткой опоре.

Условие (5.63) показывает, что при наличии дополнительной обратной связи от гидроцилиндра к золотнику уменьшение жесткости опоры $c_{оп}$ способствует обеспечению устойчивости гидропривода. Без такой обратной связи, как следует из любого ранее рассмотренного условия устойчивости, уменьшение $c_{оп}$, то есть уменьшение $E_{ц}$, может вызвать неустойчивость гидропривода. Недостаток этого способа обеспечения устойчивости гидропривода, как и предыдущего способа,

состоит в увеличении «просадки» гидроцилиндра под нагрузкой, то есть в увеличении перемещения штока гидроцилиндра при изменении приложенных к нему сил.

Подключение демпфера к золотнику. Схема гидропривода, золотник которого снабжен демпфером, дана на рис. 5.5. Демпфер имеет поршень 1, жестко соединенный с золотником. Полости цилиндра 2 демпфера заполнены жидкостью. В цилиндре имеется отверстие 3 малого диаметра, по которому жидкость при движении поршня вместе с золотником перетекает из одной полости в другую. При этом возникает перепад давления, нагружающий золотник в осевом направлении силой, пропорциональной скорости движения поршня демпфера. Как будет показано ниже, для того чтобы демпфер оказывал влияние на устойчивость гидропривода, точка A рычага AOB должна перемещаться посредством упругого звена 4, жесткость которого обозначим c_h . При ручном управлении гидроприводом роль такого звена выполняет рука оператора.

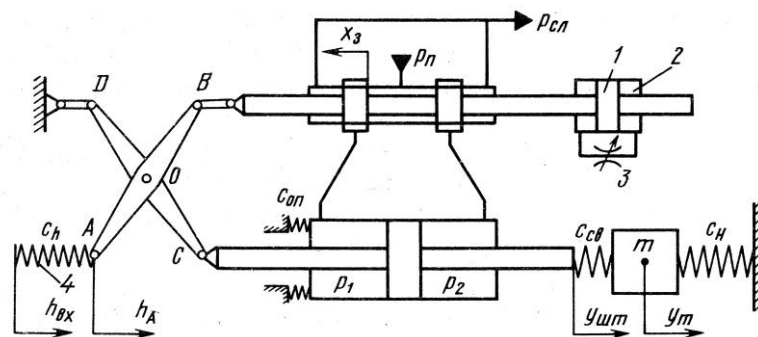


Рис. 5.5. Схема дроссельного гидропривода с демпфером у золотника

Найдем уравнение механизма управления, пренебрегая массой рычагов, золотника и поршня демпфера. Кроме того, не будем учитывать трение в шарнирах, трение золотника и трение поршня демпфера. Тогда уравнение моментов сил, поворачивающих рычаг AOB относительно точки O , можно записать в виде

$$c_h(h_{вх} - h_A)AO = P_dOB. \quad (5.64)$$

Силу P_d , приложенную к золотнику со стороны демпфера, определим при условии ламинарного течения жидкости в отверстии демпфера. В предположении малости объемов полостей демпфера сжимаемость жидкости не учитываем. В этом случае

$$Q_d = k_d p_d; \quad Q_d = F_d \frac{dx_A}{dt}; \quad P_d = F_d p_d \quad (5.65)$$

где k_d — проводимость отверстия в поршне демпфера; F_d — рабочая площадь поршня демпфера; x_A — перемещение золотника, вызванное перемещением точки A рычага AOB при действии входного сигнала $h_{вх}$.

Из соотношений (5.65) имеем

$$P_d = \frac{F_d^2}{k_d} \frac{dx_A}{dt}. \quad (5.66)$$

Подставив это значение силы P_d в соотношение (5.64) и учитывая одновременно, что $h_A = x_A \frac{AO}{OB}$, получим

$$x_A = h_{\text{вх}} \frac{OB}{AO} - \frac{F_d^2}{c_h k_d} \left(\frac{OB}{AO} \right)^2 \frac{dx_A}{dt}. \quad (5.67)$$

Смещение золотника x_3 от нейтрального положения определяется разностью перемещений x_A и x_C , причем x_C является перемещением, вызванным действием обратной связи по положению штока гидроцилиндра. Величину x_C можно связать с перемещением $y_{\text{шт}}$ штока гидроцилиндра соотношением

$$x_C = y_{\text{шт}} \frac{DO}{DC} \frac{AB}{AO} - h_y \frac{OB}{AO} \quad (5.68)$$

где h_y – перемещение точки A рычага AOB при перемещении точки C рычага COD на величину $y_{\text{шт}}$.

Сила P_{d1} , приложенная к золотнику со стороны демпфера, при этом перемещении рычагов

$$P_{d1} = \frac{F_d^2}{k_d} \frac{dx_C}{dt}. \quad (5.69)$$

Используя уравнение моментов сил относительно точки O , приложенных к рычагу AOB , и соотношения (5.68) и (5.69), получаем

$$x_C = y_{\text{шт}} \frac{DO}{DC} \frac{AB}{AO} - \frac{F_d^2}{k_d c_h} \left(\frac{OB}{AO} \right)^2 \frac{dx_C}{dt}. \quad (5.70)$$

От совместного действия сигнала управления и отрицательной обратной связи перемещение золотника $x_3 = x_A - x_C$, поэтому с учетом соотношений (5.67) и (5.70) имеем

$$x_3 = K_{xh} h_{\text{вх}} - K_{\text{ос}} y_{\text{шт}} - T_d \frac{dx_3}{dt}, \quad (5.71)$$

где

$$K_{xh} = \frac{OB}{AO}; \quad K_{\text{ос}} = \frac{DO}{DC} \frac{AB}{AO};$$

$T_d = \frac{F_d^2}{c_h k_d} \left(\frac{OB}{AO} \right)^2$ – постоянная времени демпфера, присоединенного к золотнику.

Преобразование по Лапласу (5.71) при нулевых начальных условиях дает

$$(T_d s + 1)x_3(s) = K_{xh} h_{\text{вх}}(s) - K_{\text{ос}} y_{\text{шт}}(s), \quad (5.72)$$

откуда

$$x_3(s) = \frac{1}{(T_d s + 1)} [K_{xh} h_{\text{вх}}(s) - K_{\text{ос}} y_{\text{шт}}(s)]. \quad (5.73)$$

Структурную схему привода с демпфером на золотнике получим из схемы, приведенной на рис. 4.2 с учетом того, что перемещение золотника определяется уравнением (5.73). Результирующая схема показана на рис. 5.6.

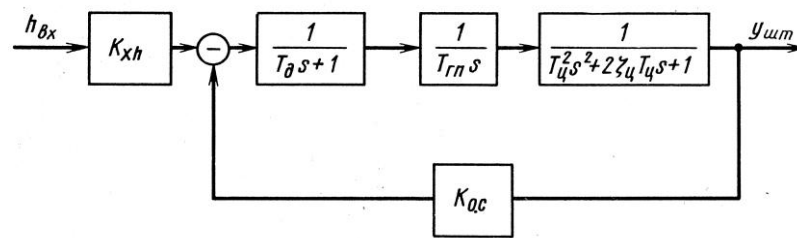


Рис. 5.6. Структурная схема дроссельного гидропривода с демпфером у золотника

Для исследования влияния демпфера на устойчивость гидропривода воспользуемся логарифмическими амплитудными и фазовыми частотными характеристиками разомкнутого контура, который содержит четыре типовых звена: апериодическое, интегрирующее, колебательное и пропорциональное. Характеристики первых трех звеньев показаны на рис. 5.7 штриховыми линиями. Пропорциональное звено учитывается смещением по вертикали на $20 \lg K_{ос}$ оси частот логарифмических амплитудных характеристик.

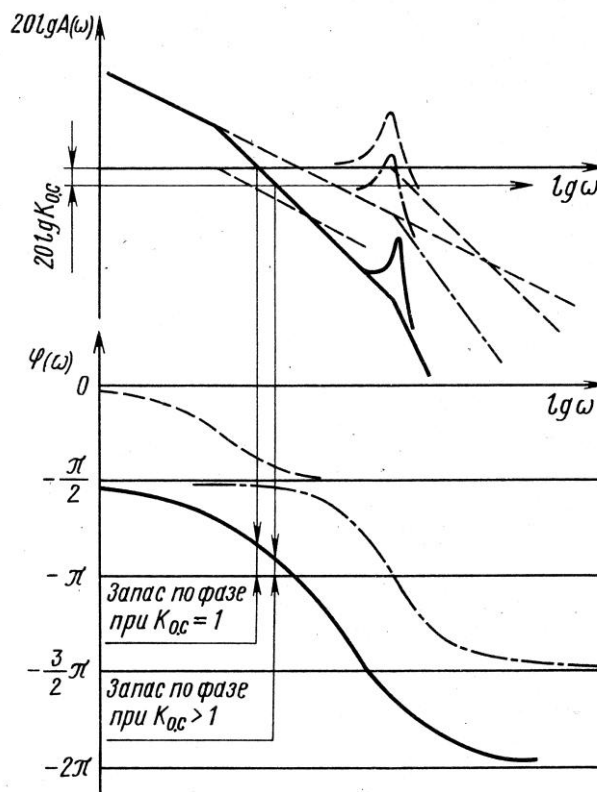


Рис. 5.7. ЛАХ и ЛФХ дроссельного привода с демпфером у золотника

Логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики всего разомкнутого контура гидропривода с демпфером проведены сплошными линиями,

а контура без демпфера – штрихпунктирными. При наличии демпфера уменьшается частота среза и за счет этого опускается резонансный пик ниже оси частот; одновременно фазовая частотная характеристика смещается в сторону линии $-\pi$. Отсюда видно, что с помощью демпфера золотника устойчивость гидропривода может быть обеспечена только в том случае, если благодаря другим факторам получаются необходимые значения коэффициента относительного демпфирования $\xi_{ц}$. Так, при $\xi_{ц}$, близких к нулю, условия устойчивости вообще не выполняются, потому что резонансный пик будет пересекать ось частот в той области, где фазовая частотная характеристика проходит ниже линии $-\pi$. Значения $\xi_{ц}$ от 0,05 до 0,3 являются наиболее благоприятными для обеспечения устойчивости гидропривода с помощью демпфера, присоединяемого к золотнику.

При $c_h \rightarrow \infty$ постоянная времени $T_d \rightarrow 0$, поэтому без упругого звена в механизме управления демпфер золотника не оказывает влияния на устойчивость гидропривода, если, конечно, он не создает столь больших усилий, которые могут служить нагрузкой на гидроцилиндр. Однако такое применение демпфера нецелесообразно из-за значительного увеличения усилий, необходимых для управления золотником.

Сравнивая рассмотренные выше способы обеспечения устойчивости, можно заметить, что первые два способа в отличие от последнего дают увеличение коэффициента относительного демпфирования гидроцилиндра. Действительно, записав уравнения (5.56) и (5.61) в виде (5.39), получим следующие коэффициенты относительного демпфирования:

- при перетечке жидкости в гидроцилиндре

$$\xi_{ц1} = \frac{k_{пер} E_{ц}}{V_0 \omega_{0ц}}; \quad (5.74)$$

- при дополнительной обратной связи, использующей упругость опоры гидроцилиндра,

$$\xi_{ц2} = \frac{(1 + K_{оп}) K_{Qx} E_{ц} F_{ц}}{c_{оп} V_0 \omega_{0ц}}. \quad (5.75)$$

При наличии других демпфирующих факторов к коэффициенту относительного демпфирования, обусловленного действием этих факторов, прибавляется $\xi_{ц1}$ или $\xi_{ц2}$ в зависимости от выбранного способа повышения устойчивости гидропривода.

6. ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРИВОДОВ С ДРОССЕЛЬНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

6.1. Общие сведения об электрогидравлических следящих приводах с дроссельным регулированием

Управляющая часть таких приводов состоит из электрических устройств, которые воспринимают задающие воздействия от чувствительных элементов или от вычислительных устройств, сравнивают их с сигналами обратной связи и вырабатывают сигналы управления силовой частью. В силовую часть входят исполнительный гидродвигатель и регулирующее устройство.

Для уменьшения мощности, потребляемой управляющей частью привода, в регулирующее устройство, кроме распределителя рабочей жидкости включают промежуточные гидроусилители. Сигналы обратной связи от выходного звена исполнительного двигателя создаются с помощью датчиков обратной связи, в качестве которых используют электрические потенциометры, индуктивные датчики перемещения, сельсины, тахогенераторы, кодовые датчики, рис. 6.1.

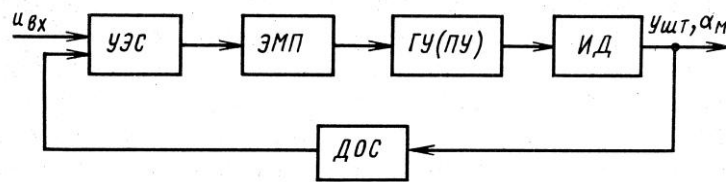


Рис. 5.1. Структурная схема электрогидравлического следящего привода с электрической обратной связью: $u_{вх}$ – входной электрический задающий сигнал от внешнего устройства; $u_{шт}$ (α_m) – выходная величина (перемещение штока, угол поворота вала гидромотора); УЭС – усилитель электрических сигналов; ЭМП – электромеханический преобразователь; ГУ – гидравлический усилитель; ИД – исполнительный гидродвигатель; ДЭС – датчик обратной связи

Электрогидравлические приводы могут быть непрерывными или дискретными системами. В первом случае входная электрическая величина и последующие переменные в контуре управления представляют собой непрерывные функции времени. Во втором случае часть сигналов управления имеют квантование по уровню, времени или уровню и времени. В последнем случае привод называется цифровым. Структурная схема цифрового привода показана на рис. 5.2. В схему, кроме рассмотренных выше устройств, входят электронная вычислительная машина – ЭВМ; цифро-аналоговый преобразователь – ЦАП и аналогово-цифровой преобразователь – АЦП.

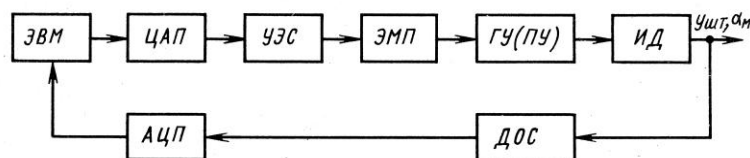


Рис. 6.2. Структурная схема цифрового электрогидравлического следящего привода

6.2. Статические и динамические характеристики электро- и гидроаппаратуры

Электромеханические преобразователи. Электромеханический преобразователь воспринимает электрический сигнал и преобразует его в линейное или угловое перемещение якоря, связанного с золотником, заслонкой или струйной трубкой. Применяемые в следящих приводах электромеханические преобразователи разнообразны по принципу действия и конструктивному исполнению, рис. 6.3.

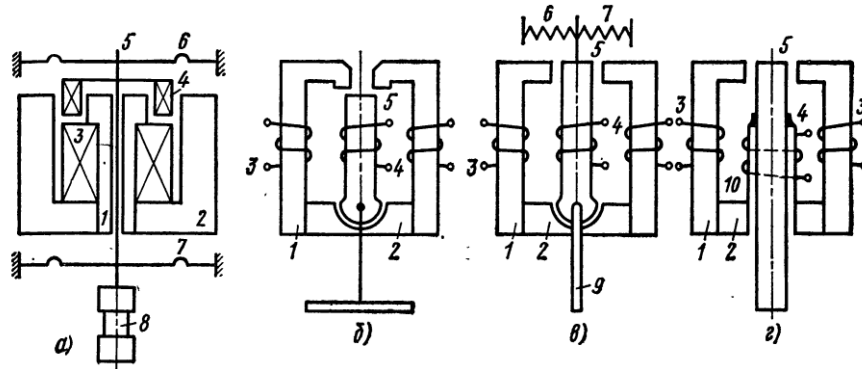


Рис. 6.3. Схемы электромеханических преобразователей: *а* – с подвижной управляющей катушкой; *б* – с магнитной пружиной; *в* – с механической плоской пружиной; *г* – с цилиндрической разделительной трубкой; 1 – сердечник; 2 – корпус(основание); 3 – катушка подмагничивания; 4 – управляющая катушка; 5 – шток (якорь); 6, 7 – пружина; 8 – золотник; 9 – заслонка; 10 – упругая трубка

Входным параметром электромеханического преобразователя является величина управляющего тока i_y , выходным – угловое или линейное перемещение якоря φ_y . На якорь действует тяговая электромагнитная сила, сила сопротивления пружины и трения, сила демпфирования, возникающая вследствие возникновения встречной ЭДС в обмотке управления, и сила нагрузки.

Уравнение динамики преобразователя получают путем применения к якорю второго закона Ньютона*, что приводит к дифференциальному уравнению второго порядка, которое, например, при поворотном якорю имеет вид

$$T_y^2 \frac{d^2 \varphi_y}{dt^2} + 2\xi_y T_y \frac{d\varphi_y}{dt} + \varphi_y = K_{\varphi i} i_y - \frac{M_H}{K_{M\varphi}}, \quad (6.1)$$

где T_y – постоянная времени якоря, ξ_y – коэффициент относительного демпфирования (обычно $\xi_y = 0,1 \dots 0,2$); $K_{\varphi i}$ – коэффициент передачи электромеханического преобразователя; M_H – момент нагрузки; $K_{M\varphi}$ – коэффициент пропорциональности в зависимости тягового момента от угла поворота якоря.

При разгруженном от усилий управляемом элементе $M_H = 0$. В этом случае передаточная функция электромеханического преобразователя, соответствующая уравнению (6.1) запишется следующим образом

* Либо его следствия при вращательном движении якоря.

$$W_{\varphi i}(s) = \frac{\varphi(s)}{i(s)} = \frac{K_{\varphi i}}{T_{я}^2 s^2 + 2\xi_{я} T_{я} s + 1}. \quad (6.2)$$

Отсюда следует, что ненагруженный электромеханический преобразователь имеет динамические характеристики такие же, как колебательное звено.

Наличие нагрузки на управляемом элементе приводит к тому, что электромеханический преобразователь подвергается дополнительному воздействию, возникающему при изменении тягового момента $M_{я}$. Обычно благодаря $M_{н}$ от управляемого элемента к якорю преобразователя создается внутренняя отрицательная обратная связь, из-за которой может измениться вид динамических характеристик преобразователя.

Гидроусилитель. Гидроусилителями называются устройства, увеличивающие мощность передаваемых сигналов за счет использования энергии, подводимой с потоком жидкости от внешнего источника. Входной величиной гидроусилителя является перемещение управляющего элемента (золотника, струйной трубки, заслонки), выходной – перемещение управляемого золотника, либо расход жидкости. Рассмотрим динамические характеристики на примере гидроусилителя, схема которого приведена на рис. 6.4.

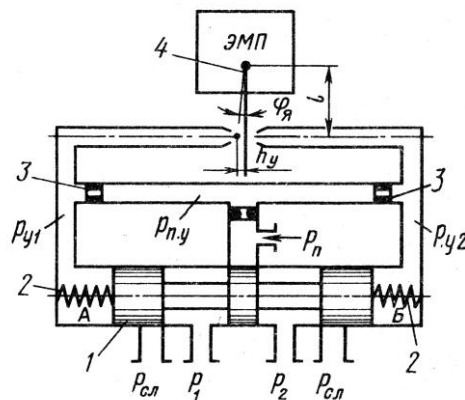


Рис. 6.4. Схема гидроусилителя с нагруженным пружиной золотником

В данном гидроусилителе перепад давлений в полостях А и В, необходимый для смещения управляемого золотника 1 создается при отклонении электромеханическим преобразователем ЭМП заслонки 4 от нейтрального положения. Это приводит к изменению расходов через дроссели 3, установленные в плечах гидравлического моста сопротивлений. В нейтральном положении золотник удерживается пружинами 2. При смещении золотника усилие этих пружин уравновешивает силы давления.

В линейном приближении связь расхода Q_y , управляющего движением золотника, с перемещением заслонки и перепадом давления $p_y = p_A - p_B$ имеет вид

$$Q_y = K_{Q_y h} h_y - K_{Q_y p_y} p_y, \quad (6.3)$$

где $K_{Q_y h} = \left. \frac{\partial Q_y}{\partial h_y} \right|_{h_y=0, p_y=0}$, $K_{Q_y p_y} = \left. \frac{\partial Q_y}{\partial p_y} \right|_{h_y=0, p_y=0}$ – коэффициенты преобразования отклонения заслонки от нейтрального положения и изменения перепада давления в изменение управляющего расхода соответственно.

В соответствии с законом сохранения массы имеем

$$\frac{d\rho V_y}{dt} = \rho Q_y, \quad (6.4)$$

где ρ – плотность рабочей жидкости; V_y – объем управляющей полости золотника (сумма объемов А и Б). Выполнив дифференцирование и используя понятие модуля упругости жидкости $B_{ж} = \rho(d p / d \rho)$, получим

$$\frac{d\rho V_y}{dt} = \rho F_3 \frac{d x_3}{dt} + V_y \frac{d\rho}{dt} = \rho F_3 \frac{d x_3}{dt} + V_y \frac{d\rho}{d p} \frac{d p}{dt} = \rho F_3 \frac{d x_3}{dt} + \rho \frac{V_y}{B_{ж}} \frac{d p}{dt}, \quad (6.5)$$

где F_3 – площадь поршня золотника; x_3 – его перемещение.

Ввиду симметрии конструкции гидроусилителя $d p_A / dt = -d p_B / dt$. Тогда можем записать

$$\frac{d p_y}{dt} = \frac{d p_A}{dt} - \frac{d p_B}{dt} = 2 \frac{d p}{dt}. \quad (6.6)$$

С учетом (6.5) и (6.6) уравнение (6.4) примет вид

$$F_3 \frac{d x_3}{dt} + \frac{V_y}{2 B_{ж}} \frac{d p_y}{dt} = Q_y. \quad (6.7)$$

Уравнение движения управляемого золотника имеет вид

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} = P_y - P_{пр} + P_{гд} - P_{тр}, \quad (6.8)$$

где $P_y = F_3 p_y$ – сила, вызванная перепадом давления (управляющая сила); $P_{пр}$ – сила сопротивления пружины; $P_{гд}$ – гидродинамическая сила, приложенная к золотнику со стороны потока, обтекающего его кромки; $P_{тр}$ – сила трения.

В силу симметрии конструкции

$$P_{пр} = 2 c_{пр} x_3, \quad (6.9)$$

где $c_{пр}$ – жесткость пружины.

Гидродинамическую силу можно определить по формуле

$$P_{гд} = -2 c_{гд} x_3, \quad (6.10)$$

где $c_{гд}$ – гидродинамическая жесткость.

При расчете силы трения можно учитывать только жидкостное трение, то есть

$$F_{тр} = k_{тр} \frac{d x_3}{dt}. \quad (6.11)$$

С учетом (6.9), (6.10) и (6.11) уравнение движения золотника принимает вид

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + k_{тр} \frac{d x_3}{dt} + 2(c_{пр} + c_{гд}) x_3 = F_3 p_y. \quad (6.12)$$

Системе (6.3), (6.7), (6.12) соответствует характеристическое уравнение третьего порядка, что указывает на возможную неустойчивость гидроусилителя. При малых объемах полостей А и Б и малых массах управляемых золотников условия устойчивости обычно выполняются, и тогда можно получить упрощенную передаточную функцию гидроусилителя. Принимая $m_3 = k_{тр} = V_y = 0$ и выполняя преобразование Лапласа, получим

$$W_{xh}(s) = \frac{x_3(s)}{h_y(s)} = \frac{K_{xh}}{T_{гy}s + 1}, \quad (6.13)$$

где $T_{гy} = \frac{F_3^2}{2K_{Q_y p_y}(c_{пр} + c_{гд})}$ – постоянная времени гидроусилителя;

$K_{xh} = \frac{F_3 K_{Q_y h}}{2K_{Q_y p_y}(c_{пр} + c_{гд})}$ – коэффициент усиления гидроусилителя.

Электрогидравлические усилители. Электрогидравлический усилитель представляет собой устройство, в котором объединены электромеханический преобразователь и гидроусилитель. В нем управляемым элементом служит управляющий элемент гидроусилителя. Входной величиной усилителя является управляющий ток, выходной – расход рабочей жидкости, пропускаемый золотником.

Электрогидравлический усилитель без силовой обратной связи. Рассмотрим электрогидравлический усилитель, выполненный по схеме рис. 6.4. Уравнение электромеханического усилителя примем в виде (6.1). Момент нагрузки, действующий на сопловую заслонку гидравлического усилителя, соединенную с якорем ЭМП, может быть представлен следующим образом

$$M_n = P_{гд} l, \quad (6.14)$$

где l – плечо силы, то есть расстояние от оси вращения заслонки до оси сопел; $P_{гд}$ – гидродинамическая сила, действующая на заслонку, которую найдем по формуле

$$P_{гд} = \kappa_c F_c (p_A - p_B) = \kappa_c F_c p_y, \quad (6.15)$$

где κ_c – коэффициент (для сопел с острыми кромками $\kappa = 1,03 \dots 1,06$); F_c – площадь отверстия сопла. Тогда

$$M_n = \kappa_c F_c l p_y. \quad (6.16)$$

Перепад давления p_y будем определять пренебрегая массой золотника и его трением. Тогда, согласно (6.12)

$$p_y = \frac{2(c_{пр} + c_{гд})}{F_3} x_3 = K_{p_y x} x_3. \quad (6.17)$$

Подставляя (6.16) и (6.17) в (6.1), получим

$$T_{я}^2 \frac{d^2 \varphi_{я}}{dt^2} + 2\xi_{я} T_{я} \frac{d\varphi_{я}}{dt} + \varphi_{я} = K_{\varphi i y} - \frac{\kappa_c F_c l}{K_{M\varphi}} K_{p_y x} x_3. \quad (6.18)$$

Применяя к (6.18) преобразование Лапласа, будем иметь

$$(T_{\text{я}}^2 s^2 + 2\xi_{\text{я}} T_{\text{я}} s + 1) \varphi_{\text{я}}(s) = K_{\varphi i} i_{\text{у}}(s) - K_{\varphi p_{\text{у}}} K_{p_{\text{у}}x} x_3(s), \quad (6.19)$$

где введено обозначение $K_{\varphi p_{\text{у}}} = \frac{\kappa_{\text{с}} F_{\text{с}} l}{K_{M\varphi}}$.

При малых углах поворота заслонки $h_{\text{у}} = l\varphi_{\text{я}}$, поэтому передаточную функцию гидроусилителя (6.13) можно записать в виде

$$W_{\text{хф}}(s) = \frac{x_3(s)}{\varphi_{\text{я}}(s)} = \frac{K_{\text{хф}}}{T_{\text{г}} s + 1}. \quad (6.20)$$

Из передаточной функции (6.20) имеем

$$x_3(s) = \frac{K_{\text{хф}}}{T_{\text{г}} s + 1} \varphi_{\text{я}}(s). \quad (6.21)$$

Структурная схема электрогидравлического усилителя, соответствующая уравнениям (6.19) и (6.21) приведена на рис. 6.5.

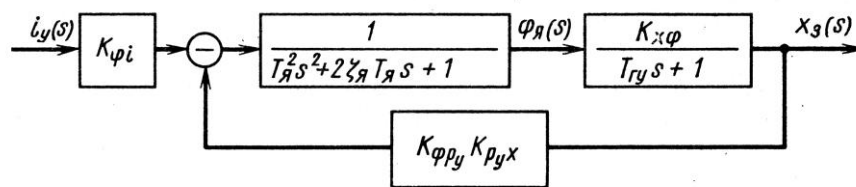


Рис. 6.5. Структурная схема электрогидравлического усилителя с нагруженным пружиной золотником без силовой обратной связи

Заметим, что, несмотря на отсутствие обратной связи в принципиальной схеме рассматриваемого усилителя, его структурная схема содержит замкнутый контур. Это объясняется действием на заслонку гидродинамической силы, которая зависит от разности управляющих давлений, в свою очередь определяющей положение нагруженного пружиной золотника.

Прямая цепь структурной схемы ЭГУ состоит из последовательно включенных колебательного и апериодического звеньев. Логарифмическая фазовая частотная характеристика разомкнутого контура с такими звеньями при увеличении частоты стремится к $-3/2\pi$, пересекая при частоте перехода фазы линию « $-\pi$ ». Если при частоте перехода фазы логарифмическая амплитудная частотная характеристика разомкнутого контура из-за больших значений коэффициентов $K_{\text{хф}}$ и $K_{\varphi p_{\text{у}}} K_{p_{\text{у}}x}$ будет проходить выше оси частот (без запаса по амплитуде), то ЭГУ будет неустойчив.

Когда условия устойчивости ЭГУ удовлетворяются и постоянные времени $T_{\text{я}}$, $T_{\text{г}}$ оказываются значительно меньше постоянных времени управляемых усилителем устройств (другого гидроусилителя или исполнительного гидродвигателя), можно структурную схему, изображенную на рис. 6.5, заменить одним пропорциональным звеном с коэффициентом усиления

$$K_{xi} = \frac{K_{\phi i} K_{x\phi}}{1 + K_{x\phi} K_{\phi p y} K_{p y x}}. \quad (6.22)$$

Электрогидравлический усилитель с силовой обратной связью. При наличии в электрогидравлическом усилителе силовой обратной связи (см. рис. 6.6) значение M_H равно сумме моментов, возникающих из-за действия на заслонку гидродинамической силы и из-за изгиба упругого стержня. Следуя обозначениям, приведенным на рис. 6.6, можем записать

$$M_H = P_{гд} l + P_{о.с} l_{о.с}, \quad (6.23)$$

где $P_{о.с}$ – сила, изгибающая стержень при повороте заслонки и при перемещении золотника.

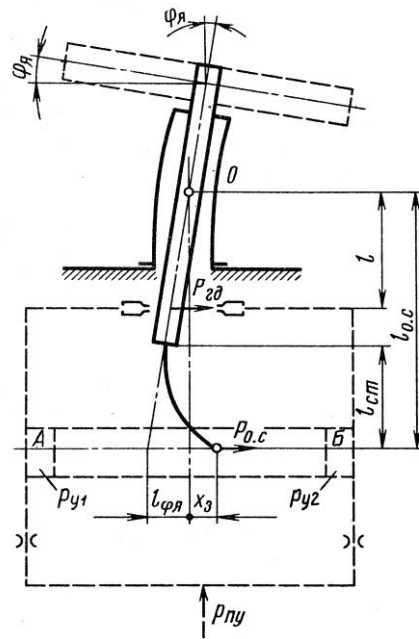


Рис. 6.6. Схема действия нагрузок в ЭГУ с силовой обратной связью

Сила $P_{о.с}$ может быть выражена через прогиб $z_{ст}$ конца стержня, связанного с золотником, по известному из сопротивления материалов соотношению

$$P_{о.с} = \frac{3E_{ст} J_{ст}}{l_{ст}^3} z_{ст}, \quad (6.24)$$

где $E_{ст}$ – модуль упругости материала, из которого изготовлен стержень; $J_{ст}$ – момент инерции сечения стержня относительно главной центральной оси, перпендикулярной к плоскости изгибающей силы.

Прогиб $z_{ст}$, учитывая малость угла $\phi_{я}$, найдем по формуле

$$z_{ст} = l_{о.с} \phi_{я} + x_3. \quad (6.25)$$

Подставив (6.25) и (6.24), находим

$$P_{о.с} = \frac{3E_{ст} J_{ст} l_{о.с}}{l_{ст}^3} \phi_{я} + \frac{3E_{ст} J_{ст}}{l_{ст}^3} x_3. \quad (6.26)$$

С учетом (6.15) (6.23) и (6.26) представим последний член уравнения (6.1) в виде

$$\frac{M_H}{K_{M\phi}} = K_{\phi p_y} p_y + k_{ct} \phi_y + \frac{k_{ct}}{l_{o.c}} x_3 \quad (6.27)$$

где $K_{\phi p_y}$ определяется таким же соотношением, как и прежде, а коэффициент k_{ct} выражается формулой

$$k_{ct} = \frac{3E_{ct} J_{ct} l_{o.c}^2}{l_{ct}^3 K_{M\phi}}.$$

Подставив зависимость (6.27) в уравнение (6.1) и выполнив преобразования по Лапласу при нулевых начальных условиях, находим

$$\left(T_{я}^2 s^2 + 2\xi_{я} T_{я} s + 1 + k_{ct} \right) \phi_{я}(s) = K_{\phi i_y} i_y(s) - K_{\phi p_y} p_y(s) - \frac{k_{ct}}{l_{o.c}} x_3(s). \quad (6.28)$$

Разделив все члены уравнения (6.28) на $(1 + k_{ct})$, приведем его к виду

$$\left(T_{я1}^2 s^2 + 2\xi_{я1} T_{я1} s + 1 \right) \phi_{я}(s) = K_{\phi i1} i_y(s) - K_{\phi p_{y1}} p_y(s) - k_{o.c1} x_3(s), \quad (6.29)$$

где

$$T_{я1} = \frac{T_{я}}{\sqrt{1+k_{ct}}}; \quad \xi_{я1} = \frac{\xi_{я}}{\sqrt{1+k_{ct}}}; \quad K_{\phi i1} = \frac{K_{\phi i}}{1+k_{ct}}; \quad K_{\phi p_{y1}} = \frac{K_{\phi p_y}}{1+k_{ct}}; \quad k_{o.c1} = \frac{k_{ct}}{l_{o.c}(1+k_{ct})}.$$

Для составления структурной схемы ЭГУ с силовой обратной связью кроме уравнения (6.29) необходимо иметь уравнение гидроусилителя. Такое уравнение можно получить с помощью соотношений (6.3), (6.7) и уравнения движения золотника (6.8), в котором сила $P_{пр}$ в данном случае должна быть заменена силой P_{oc} . Если пренебречь массой золотника, силой трения $P_{тр}$ и воспользоваться соотношениями, определяющими остальные силы, то из уравнения (6.8) найдем

$$p_y = \left(\frac{2c_{гд}}{F_3} + \frac{3J_{ct}}{F_3 l_{ct}^3} \right) x_3 + \frac{3E_{ct} J_{ct} l_{o.c}}{F_3 l_{ct}^3} \phi_{я}. \quad (6.30)$$

Не учитывая сжимаемость жидкости в полостях А и Б гидроусилителя и принимая $h_y = l\phi_{я}$, из уравнений (6.3) и (6.7) получим

$$F_3 \frac{dx_3}{dt} = K_{Q_y h} l \phi_{я} - K_{Q_y p_y} p_y. \quad (6.31)$$

После подстановки (6.30) в (6.31) и преобразований получаем следующее уравнение динамики гидроусилителя

$$T_{гy1} \frac{dx_3}{dt} + x_3 = K_{x\phi1} \phi_{я}, \quad (6.32)$$

где $T_{гy}$ – постоянная времени гидроусилителя с силовой обратной связью; $K_{x\phi1}$ – коэффициент усиления гидроусилителя с силовой обратной связью:

$$T_{гy1} = \frac{F_3^2}{K_{Q_y p_y} \left(2c_{гд} + \frac{3E_{ct} J_{ct}}{l_{ct}^3} \right)}; \quad K_{x\phi1} = \frac{F_3 K_{Q_y h} l l_{ct}^3 - 3E_{ct} J_{ct} l_{o.c} K_{Q_y p_y}}{K_{Q_y p_y} \left(2c_{гд} l_{ct}^3 + 3E_{ct} J_{ct} \right)}.$$

Для осуществления силовой обратной связи обычно применяются упругие стержни, незначительно нагружающие золотник, что позволяет в таких случаях пренебрегать силой $P_{o.c}$ при определении разности p_y давлений в полостях А и Б гидроусилителя. При этом допущении зависимость (6.30) упрощается и может быть представлена в виде

$$p_y = K_{p_y x_1} x_3, \quad (6.33)$$

где $K_{p_y x_1} = 2c_{гд} l F_3$.

Соответственно постоянная времени $T_{гy1}$ и коэффициент усиления $K_{x\phi 1}$ в уравнении (6.32) заменяются величинами

$$T_{гy2} = \frac{F_3^2}{2c_{гд} K_{Q_y p_y}}; \quad K_{x\phi 2} = \frac{F_3 K_{Q_y h} l}{2c_{гд} K_{Q_y p_y}}.$$

С учетом этих величин, после преобразования по Лапласу из уравнения (6.32) получим

$$(T_{гy2} s + 1) x_3(s) = K_{x\phi 2} \Phi_{Я}(s). \quad (6.34)$$

Как видим уравнения (6.21), (6.32) и (6.34) отличаются только величинами постоянных времени и коэффициентов усиления.

Структурная схема электрогидравлического усилителя, составленная по уравнениям (6.29), (6.33) и (6.34), показана на рис. 6.7.

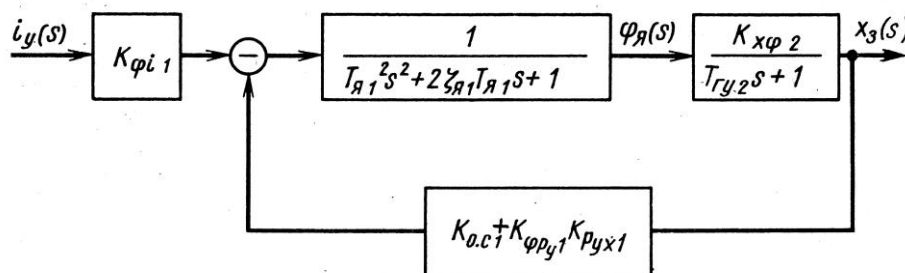


Рис. 6.7. Структурная схема электрогидравлического усилителя с силовой обратной связью от золотника к заслонке

Тип звеньев и их соединение в полученной структурной схеме не отличаются от структурной схемы ЭГУ с нагруженным пружинами золотником (см. рис. 6.5). Однако в схеме, приведенной на рис. 6.7, коэффициент обратной связи можно изменять, увеличивая или уменьшая $k_{o.c1}$ независимо от значений постоянной времени $T_{гy2}$ и коэффициента усиления $K_{x\phi 2}$, что указывает на возможность обеспечения достаточно высокого быстродействия у рассмотренного ЭГУ.

6.3. Структурные схемы электрогидравлических следящих приводов с дроссельным регулированием

Электрогидравлические следящие приводы с дроссельным регулированием могут различаться по типу исполнительного гидродвигателя, по числу ступеней усиления сигналов управления, по типу ЭГУ, по наличию или отсутствию коррек-

тирующих элементов и дополнительных обратных, связей. Указанные различия электрогидравлических приводов, однако, не препятствуют применению общей методики определения их структурных схем, состоящей в том, что прежде всего соединяются вместе структурные схемы ЭГУ и исполнительного гидродвигателя, а затем полученная таким образом прямая цепь замыкается обратной связью по положению выходного звена гидродвигателя.

В тех случаях, когда для корректирования статических или динамических характеристик гидропривода вводятся дополнительные обратные связи, в структурной схеме появляются не только дополнительные замкнутые контуры, но могут измениться и значения параметров отдельных звеньев.

Рассмотрим сначала структурную схему электрогидравлического привода без дополнительных обратных связей, рис. 6.8. В данном приводе при подаче управляющего напряжения на вход усилителя 1 возникает ток в обмотке управления, якорь электромеханического преобразователя вместе с заслонкой 2 отклоняются от нейтрального положения и золотник 3 гидроусилителя под действием разности управляющих давлений смещается от своего нейтрального положения, сообщая одну полость гидроцилиндра 4 с магистралью высокого давления, другую – со сливной магистралью.

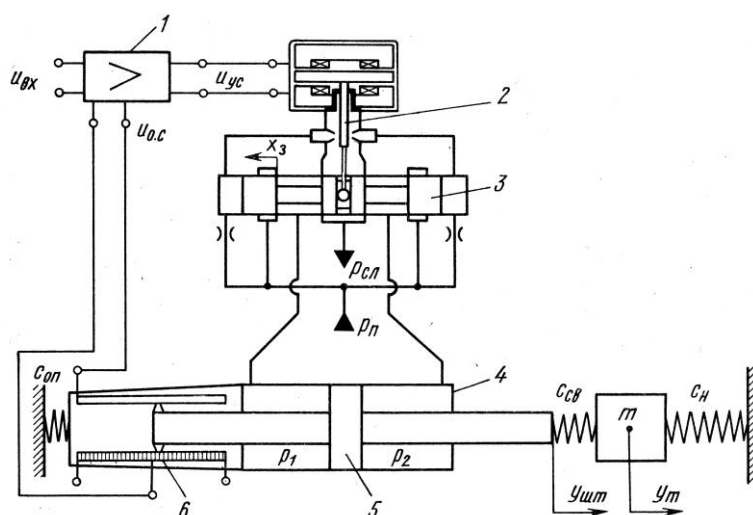


Рис. 6.8. Схема электрогидравлического привода с дроссельным регулированием

Поршень 5 под действием разности давлений в полостях гидроцилиндра перемещается до тех пор, пока управляющее напряжение не будет скомпенсировано напряжением, подводимым к усилителю с выхода потенциометра 6 обратной связи. Вследствие этого ток в обмотке управления электромеханического преобразователя становится равным нулю, якорь, заслонка и золотник занимают свои нейтральные положения, а поршень гидроцилиндра приходит в новое установившееся положение.

Таким образом, изменяя управляющее напряжение на входе в усилитель, можно управлять регулирующим органом какого-либо объекта. Со стороны регулирующего органа на шток гидроцилиндра могут действовать инерционная нагрузка, позиционная нагрузка и трение.

Прямую цепь структурной схемы электрогидравлического привода с дроссельным регулированием получим, соединив последовательно показанную на рис. 6.7 структурную схему электрогидравлического усилителя со структурной схемой нагруженного гидроцилиндра. Передаточные функции для последней схемы определим с помощью уравнений (5.21), (5.22), (5.23) и (5.28). После преобразования по Лапласу при нулевых начальных условиях уравнения представим в виде

$$Q_3(s) = K_{Qx}x_3(s) - K_{Qp}p_H(s); \quad (6.35)$$

$$F_{ц}p_H(s) - c_{св}y_{шт}(s) + c_{св}y_m(s) = 0; \quad (6.36)$$

$$(ms^2 + k_{тр}s + c_{св} + c_H)y_m(s) = c_{св}y_{шт}(s); \quad (6.37)$$

$$\frac{V_0}{2E_{ц}}sp_H(s) + F_{ц}sy_{шт}(s) = Q_3(s). \quad (6.38)$$

Принимая для нагруженного гидроцилиндра за входную величину $x_3(s)$, а за выходную $y_m(s)$, из системы уравнений (6.35)...(6.38) находим

$$\begin{aligned} \frac{F_{ц}}{K_{Qx}}s \left[\frac{mV_0}{2E_{ц}F_{ц}^2} \left(1 + \frac{2E_{ц}F_{ц}^2}{V_0c_{св}} \right) s^2 + \left(\frac{mK_{Qp}}{F_{ц}^2} + \frac{k_{тр}V_0}{2E_{ц}F_{ц}^2} + \frac{k_{тр}}{c_{св}} \right) s + 1 + \right. \\ \left. + \frac{c_H}{c_{св}} + \frac{V_0c_H}{2E_{ц}F_{ц}^2} + \frac{k_{тр}K_{Qp}}{F_{ц}^2} \right] y_m(s) = x_3(s) - \frac{c_HK_{Qp}}{F_{ц}K_{Qx}}y_m(s). \end{aligned} \quad (6.39)$$

Обычно $c_H \ll c_{св}$, а члены $V_0c_H / (2E_{ц}F_{ц}^2)$ и $k_{тр}K_{Qp} / F_{ц}^2$ малы по сравнению с единицей. В этих случаях уравнение (6.39) приводится к виду

$$T_{гп}s(T_{ц}^2s^2 + 2\xi_{ц}T_{ц}s + 1)y_m(s) = x_3(s) - K_H y_m(s). \quad (6.40)$$

Постоянные времени $T_{гп}$ и $T_{ц}$ в данном уравнении имеют тот же смысл, как в уравнении (5.39), и могут быть вычислены соответственно по формулам (5.31) и (5.32). Коэффициент относительного демпфирования $\xi_{ц}$ отличается от входящего в уравнение (5.39) тем, что в формуле (5.35) постоянная времени $T_{дц}$ заменяется постоянной времени

$$T_{дц} = \frac{K_{Qp}m}{F_{ц}^2} + \frac{k_{тр}V_0}{2E_{ц}F_{ц}^2} + \frac{k_{тр}}{c_{св}}. \quad (6.41)$$

Коэффициент K_H вычисляется по формуле (5.37).

Заметим, что уравнение (6.40) можно получить непосредственно из уравнения (5.39), положив в нем $K_{o.c} = 0$ и $K_{xh}h_{вх}(s) = x_3(s)$.

При реально возможных соотношениях параметров коэффициент K_H получается значительно меньше единицы, а в предположении идеального золотникового распределителя ($K_{Qp} = 0$) он равен нулю. В связи с этим в дальнейшем будем пренебрегать отрицательной обратной связью с коэффициентом передачи K_H . Тогда структурная схема нагруженного гидроцилиндра сводится к последовательному соединению интегрирующего и колебательного звеньев. Подключив к этим звеньям контур электрогидравлического усилителя, получим структурную схему пря-

мой цепи электрогидравлического привода с дроссельным регулированием (рис. 6.9.).

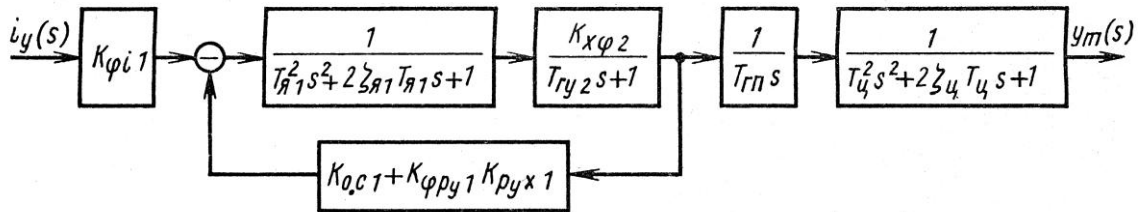


Рис. 6.9. Структурная схема прямой цепи электрогидравлического привода с дроссельным регулированием.

Для замыкания структурной схемы привода рассмотрим уравнения обратной связи. Датчиком обратной связи в данном следящем приводе является потенциометр, напряжение $u_{o.c}$ на выходе которого при малых относительных перемещениях щетки $y_{щ}$ и обмотки $y_{обм}$ потенциометра можно найти, как

$$u_{o.c} = K_{п.о.с} (y_{щ} + y_{обм}), \quad (6.42)$$

где $K_{п.о.с}$ – коэффициент передачи потенциометра.

Так как щетка потенциометра непосредственно закреплена на штоке гидроцилиндра, то $y_{щ} = y_{шт}$. Каркас с обмоткой потенциометра перемещается вместе с гидроцилиндром при смещении последнего из-за упругости опоры, поэтому $y_{обм} = y_{ц}$. С учетом этих равенств соотношение (6.42) принимает вид

$$u_{o.c} = K_{п.о.с} (y_{шт} + y_{ц}),$$

или, переходя к изображениям,

$$u_{o.c}(s) = K_{п.о.с} [y_{шт}(s) + y_{ц}(s)]. \quad (6.43)$$

При $c_H \ll c_{св}$ согласно уравнению (6.37)

$$y_{шт}(s) = \left(\frac{m}{c_{св}} s^2 + \frac{k_{тр}}{c_{св}} s + 1 \right) y_m(s). \quad (6.44)$$

Если пренебречь массой гидроцилиндра, то изображение смещения $y_{ц}(s)$ можно определить соотношением

$$y_{ц}(s) = \frac{F_{ц}}{c_{оп}} p_H(s), \quad (6.45)$$

где $c_{оп}$ – жесткость опоры гидроцилиндра.

Изображение перепада $p_H(s)$ давлений в полостях гидроцилиндра найдем из уравнений (6.36) и (6.37):

$$p_H(s) = \left(\frac{m}{F_{ц}} s^2 + \frac{k_{тр}}{F_{ц}} s + \frac{c_H}{F_{ц}} \right) y_m(s).$$

С учетом этого соотношения (6.45) примет вид

$$y_{ц}(s) = \left(\frac{m}{c_{оп}} s^2 + \frac{k_{тр}}{c_{оп}} s + \frac{c_H}{c_{оп}} \right) y_m(s). \quad (6.46)$$

Подставим (6.44) и (6.46) в (6.43)

$$u_{o.c}(s) = K_{п.о.с} \left[m \left(\frac{1}{c_{оп}} + \frac{1}{c_{св}} \right) s^2 + k_{тр} \left(\frac{1}{c_{оп}} + \frac{1}{c_{св}} \right) s + \frac{c_H}{c_{св}} + 1 \right] y_m(s). \quad (6.47)$$

Пренебрегая величиной $c_H/c_{св}$, обычно малой по сравнению с единицей, уравнение датчика обратной связи (6.47) можно записать в виде

$$u_{o.c}(s) = K_{п.о.с} \left(\frac{m}{c_{кр}} s^2 + \frac{k_{тр}}{c_{кр}} s + 1 \right) y_m(s), \quad (6.48)$$

где $c_{кр} = 1 / (1/c_{оп} + 1/c_{св})$ – эквивалентная жесткость крепления гидроцилиндра.

Напряжение u_{oc} с выхода потенциометра сравнивается на входе усилителя с управляющим напряжением $u_{вх}$. Изображение выявленной при этом ошибки по напряжению

$$u_{\varepsilon}(s) = u_{вх}(s) - u_{o.c}(s). \quad (6.49)$$

Предполагая, что усилитель по сравнению с другими звеньями электрогидравлического привода можно считать безинерционным пропорциональным звеном, запишем следующее уравнение для изображения напряжения на выходе усилителя u_{yc}

$$u_{yc}(s) = K_{yc} u_{\varepsilon}(s), \quad (6.50)$$

где K_{yc} – коэффициент усиления усилителя.

В общем случае напряжение u_{yc} и ток i_y в обмотке управления электромеханического преобразователя связаны уравнением

$$u_{yc} = L_y \frac{di_y}{dt} + (R_y + R_{ввых}) i_y + c_i \frac{d\phi_{я}}{dt}, \quad (6.51)$$

где L_y – индуктивность обмотки управления; R_y – активное сопротивление обмотки управления; $R_{ввых}$ – активное сопротивление выходного канала управления; c_i – коэффициент противоэлектродвижущей силы.

При малой величине отклонения тока i_y управления от нулевого значения последним членом в (6.51) можно пренебречь. Преобразовывая по Лапласу для этого случая (6.51), найдем передаточную функцию обмотки управления электромеханического преобразователя

$$W_{iu}(s) = \frac{i_y(s)}{u_{yc}(s)} = \frac{K_{iu}}{T_y s + 1}, \quad (6.52)$$

где K_{iu} – коэффициент передачи обмотки управления; T_y – постоянная времени обмотки управления

$$K_{iu} = \frac{1}{R_y + R_{ввых}}; \quad T_y = \frac{L_y}{R_y + R_{ввых}}.$$

Уравнения (6.48)...(6.49) и передаточная функция (6.52) позволяют замкнуть структурную схему электрогидравлического привода показанными на рис. 6.10 типовыми звеньями. В обратную связь полученной замкнутой системы вошли пропорциональное звено и форсирующее звено второго порядка, а к рассмотрен-

ной выше прямой цепи электрогидравлического привода добавились пропорциональное и апериодическое звенья, описывающие усилитель и обмотку управления электромеханического преобразователя.

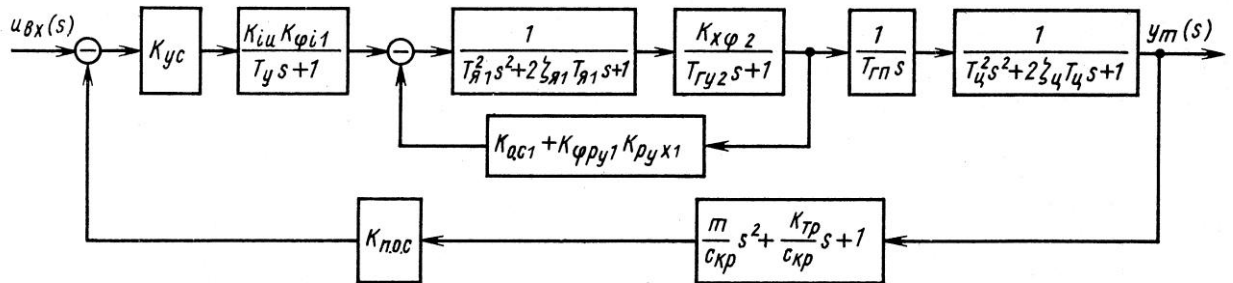


Рис. 6.10. Структурная схема электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием.

При дополнительных условиях структурную схему можно упростить. Наиболее существенно схема упрощается, когда постоянные времена T_y , $T_{я1}$ и $T_{гy2}$ оказываются значительно меньше, чем постоянные времена $T_{гп}$ и $T_{ц}$, и когда значения $c_{кп}$ настолько велики, что можно исключить в обратной связи форсирующее звено второго порядка и принимать $y_m = y_{шт}$. В этом случае структурная схема приводится к схеме, показанной на рис. 6.11.

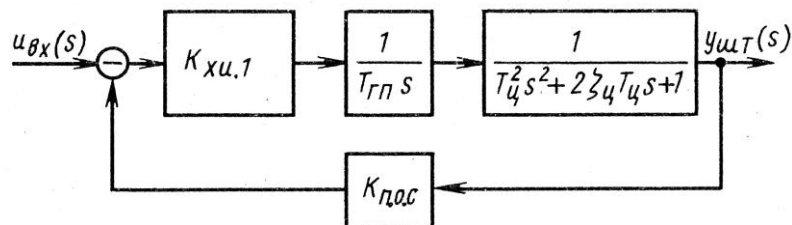


Рис. 6.11. Упрощенная структурная схема электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием

Коэффициент передачи K_{xu1} пропорционального звена прямой цепи в такой структурной схеме определяется соотношением

$$K_{xu1} = \frac{K_{yc} K_{iu} K_{x\phi 2} K_{\phi 1}}{1 + K_{x\phi 2} (K_{\phi p y 1} K_{p y x 1} + k_{o.c1})}$$

При проектировании привода целесообразна следующая последовательность динамического расчета с использованием структурной схемы (рис. 6.10):

1. Вычисляют все постоянные времена и коэффициенты передачи, кроме $K_{п.о.с}$ и K_{yc} .
2. Строят логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики всех звеньев, кроме пропорциональных звеньев с коэффициентами передачи $K_{п.о.с}$ и K_{yc} .

3. По логарифмическим амплитудным и фазовым частотным характеристикам разомкнутого контура электрогидравлического усилителя проверяют устойчивость. Если электрогидравлический усилитель устойчив, то по номограммам замыкания находят логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики соответствующего замкнутого контура. При неустойчивом электрогидравлическом усилителе производят корректирование его параметров.

4. К логарифмическим амплитудным и фазовым частотным характеристикам замкнутого контура электрогидравлического усилителя прибавляют такие же характеристики апериодического, интегрирующего, колебательного и форсирующего второго порядка звеньев, описывающих соответственно обмотки управления и нагруженный гидроцилиндр. В результате получают логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики разомкнутого контура всего электрогидравлического привода при $K_{п.о.с} = K_{yc} = 1$.

5. Ось частот на логарифмической амплитудной характеристике этого разомкнутого контура смещают параллельно себе вниз так, чтобы обеспечивались рекомендуемые запасы по амплитуде (6...8 дБ) и по фазе (30...40°). По смещению оси частот (рис. 6.12)

$$L_{см} = 20 \lg K_{п.о.с} K_{yc}$$

находят произведение коэффициентов $K_{п.о.с} K_{yc}$, значение каждого из которых затем выбирают в зависимости от типа используемого усилителя, конструкции потенциометра и напряжения его питания.

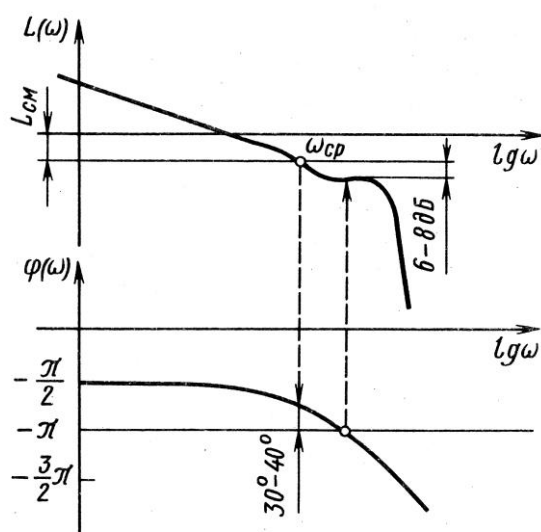


Рис. 6.12. Определение коэффициентов $K_{п.о.с}$ и K_{yc} по логарифмическим амплитудным и фазовым частотным характеристикам разомкнутого контура

6. Если логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики разомкнутого контура привода, построенные при $K_{п.о.с} = K_{yc} = 1$, не позволяют получить рекомендуемые запасы по амплитуде и по фазе, то необходимо вводить корректирующие звенья.

6.4. Корректирование демпфирующих свойств электрогидравлических следящих приводов с дроссельным регулированием

При корректировании с помощью электрических устройств используют различные вспомогательные контуры, составленные из элементов, обладающих емкостью, индуктивностью и активным сопротивлением. Соединения из таких элементов позволяет получить динамические звенья с характеристиками форсирующего звена первого и второго порядка или реального дифференцирующего звена. Электрические корректирующие устройства могут быть включены последовательно в цепь управления электромеханическим преобразователем, а также могут быть применены для организации в основном контуре привода дополнительных обратных связей, создающих сигналы по производным от отдельных переменных величин по времени.

Электрические корректирующие устройства достаточно просто реализуются и применяются для исправления характеристик уже изготовленного привода или, когда он собирается из готовых модулей. Однако они не всегда обеспечивают необходимую надежность и могут вызывать возникновение помех в контуре управления приводом. Поэтому наряду с электрическими применяются и гидромеханические корректирующие устройства. Такие устройства конструктивно интегрированы в электрогидравлические усилители или исполнительные гидродвигатели, поэтому их применение должно быть предусмотрено на стадии создания привода.

Необходимость корректирования чаще всего возникает при недостаточном демпфировании исполнительного гидродвигателя и большой инерционной нагрузке на его выходное звено. Как следует из уравнения нагруженного гидродвигателя (6.40), его демпфирование характеризуется коэффициентом $\xi_{ц}$, который, при фиксированном значении $T_{ц}$, зависит от постоянной времени $T_{дц1}$. Постоянная времени демпфирования $T_{дц1}$, в соответствии с формулой (6.41), определяется коэффициентом передачи K_{Qp} гидрораспределителя и коэффициентом трения $k_{тр}$ в нагрузке на выходное звено. Увеличение $\xi_{ц}$ за счет увеличения K_{Qp} нерационально, так как это связано с уменьшением герметичности распределителя (увеличением утечек). Кроме того при этом ухудшается точность установки выходного звена в заданное положение, так как силовая характеристика привода при малых смещениях золотника становится полой. Изменение $k_{тр}$ при заданном типе нагрузки в сколько-нибудь широком диапазоне невозможно.

Изложенное выше вынуждает применять дополнительные корректирующие устройства, увеличивающие демпфирование исполнительного гидродвигателя. Чтобы выбрать пути воздействия на коэффициент $\xi_{ц}$ запишем уравнение (6.40) в виде

$$\left(T_{гп}T_{ц}^2s^3 + 2\xi_{ц}T_{гп}T_{ц}s^2 + T_{гп}s\right)y_m(s) = x_3(s) - K_{н}y_m(s). \quad (6.53)$$

Отсюда следует, что демпфирование выражается в увеличении коэффициента при s^2 , то есть при второй производной $d^2 y_m / dt^2$. В свою очередь, в соответствии со вторым законом Ньютона, $d^2 y_m / dt^2$ будет пропорциональна перепаду давления в силовом гидроцилиндре. Покажем, что для увеличения демпфирования

ния силового гидроцилиндра следует охватить его дополнительной обратной связью по перепаду давления p_y . Действительно, в этом случае уравнение (6.40) при $K_H = 0$ примет вид

$$T_{\text{гп}}s(T_{\text{ц}}^2s^2 + 2\xi_{\text{ц}}T_{\text{ц}}s + 1)y_m(s) = x_3(s) - K_{xp}p_H(s), \quad (6.54)$$

где K_{xp} – коэффициент обратной связи по перепаду давления.

Используя приближенное соотношение

$$p_H = \frac{m}{F_{\text{ц}}} \frac{d^2 y_m}{dt^2}, \quad (6.55)$$

уравнение (6.54) можно представить в виде

$$T_{\text{гп}}s \left[T_{\text{ц}}^2s^2 + \left(2\xi_{\text{ц}}T_{\text{ц}} + \frac{K_{xp}m}{T_{\text{гп}}F_{\text{ц}}} \right) s + 1 \right] y_m(s) = x_3(s), \quad (6.56)$$

откуда видно, что введение обратной связи по перепаду давления увеличивает демпфирование гидроцилиндра.

Однако, если кроме инерционной имеется и позиционная нагрузка, то вместо (6.55) мы должны записать

$$p_H = \frac{m}{F_{\text{ц}}} \frac{d^2 y_m}{dt^2} + \frac{c_H}{F_{\text{ц}}} y_m. \quad (6.57)$$

Тогда уравнение динамики нагруженного гидроцилиндра примет вид

$$T_{\text{гп}}s \left[T_{\text{ц}}^2s^2 + \left(2\xi_{\text{ц}}T_{\text{ц}} + \frac{K_{xp}m}{T_{\text{гп}}F_{\text{ц}}} \right) s + 1 \right] y_m(s) = x_3(s) - \frac{K_{xp}c_H}{F_{\text{ц}}} y_m(s). \quad (6.58)$$

В установившемся режиме (при $s = 0$) из (6.58) имеем

$$x_3(s) = \frac{K_{xp}c_H}{F_{\text{ц}}} y_m(s).$$

Таким образом, наличие в правой части (6.58) отрицательного члена $K_{xp}c_H y_m(s)/F_{\text{ц}}$ говорит о том, что дополнительная отрицательная обратная связь по перепаду давления в исполнительном гидродвигателе не только увеличивает демпфирование, но и создает установившуюся ошибку по току управления, изменяя положение золотника x_3 в зависимости от положения выходного звена y_m . Для исключения этого дополнительную обратную связь по перепаду выполняют аналогично изодромной обратной связи, уравнение которой представляет собой уравнение реального дифференцирующего звена

$$x_{o.c}(s) = \frac{K_{xp}T_{\text{д.с}}s}{T_{\text{д.с}}s + 1} p_H(s). \quad (6.59)$$

В низкочастотной области, определяющей точность работы привода $\omega < 1/T_{\text{д.с}}$, обратная связь по действию близка к действию идеального дифференцирующего звена, поэтому установившаяся ошибка (при $s = 0$) не возникает. При высоких частотах $\omega > 1/T_{\text{д.с}}$ уравнение (6.59) переходит в уравнение пропорционального звена, создавая сигнал пропорциональный перепаду давления p_H .

Рассмотрим схему гидропривода, приведенную на рис. 6.13, где дополнительная обратная связь воздействует на золотник распределителя.

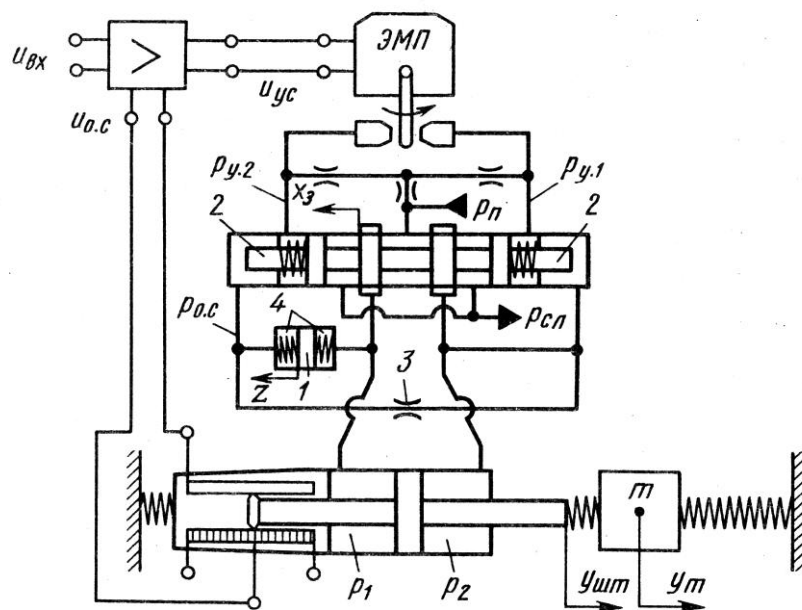


Рис. 6.13. Схема электрогидравлического следящего привода с дополнительной обратной связью по скорости изменения перепада давления в гидроцилиндре

Дополнительная отрицательная обратная связь в этом приводе создается с помощью поршня 1, плунжеров 2 золотника и дросселя 3. Действие обратной связи состоит в следующем. При смещении золотника влево от нейтрального положения поршень 1 под действием давления p_1 будет также перемещаться влево, вытесняя жидкость через дроссель 3. Вследствие гидравлического сопротивления дросселя давление $p_{о.с}$ возрастает и начинает превышать давление p_2 . Из-за разности $p_{о.с} - p_2$ давлений золотник нагружается силой, стремящейся вернуть его к нейтральному положению.

При смещении золотника вправо давление p_1 уменьшается; поршень 1, перемещаясь под действием давления $p_{о.с}$ вправо, вызывает снижение этого давления, так как заполнение жидкостью освобождаемого при движении поршня объема происходит через дроссель. Теперь золотник возвращается к нейтральному положению силой, возникающей из-за разности давлений $p_2 - p_{о.с}$. В обоих случаях изменение давления $p_{о.с}$, а следовательно, и величины возвращающей золотник силы зависит от скорости движения поршня 1. Если эта скорость мала, то расход жидкости через дроссель будет мал и соответственно незначительным будет изменение давления $p_{о.с}$. Скорость движения поршня 1, в свою очередь, зависит от скорости изменения давлений p_1 и p_2 в полостях гидроцилиндра. После того, как давления в полости гидроцилиндра достигают установившихся значений, давление $p_{о.с}$ вследствие перетока жидкости через дроссель 3 становится равным p_2 и действие обратной связи на золотник прекращается. Благодаря этому свойству дополнительной обратной связи в приводе не возникает статической ошибки из-за наличия позиционной нагрузки на шток гидроцилиндра.

При такой нагрузке в полостях гидроцилиндра устанавливаются различные давления в зависимости от положения поршня гидроцилиндра, но перепад давления $p_{o.c} - p_2$ сохраняется равным нулю, а изменяется только положение поршня 1. Для того чтобы при изменении давлений p_1 и p_2 во времени обратная связь работала при любом положении штока гидроцилиндра, необходимо, очевидно, обеспечить подвижность поршня 1 при максимально возможной установившейся разности давлений $p_1 - p_2$. Это условие должно учитываться при выборе площади поршня 1 и жесткости пружин 4.

Рассмотрим влияние обратной связи по производной от перепада давления на динамику электрогидравлического следящего привода. За положительные примем перемещения, показанные на рис. 6.13 стрелками.

Пренебрегая массой поршня обратной связи и силой трения, уравнение действующих на него сил представим в виде

$$F_{o.c}(p_1 - p_{o.c}) - 2c_{\text{пр}1}z = 0,$$

где $F_{o.c}$ – площадь поршня 1 обратной связи; $c_{\text{пр}1}$ – жесткость каждой из пружин 4.

Дифференцируя это выражение, находим

$$\frac{dz}{dt} = \frac{F_{o.c}}{2c_{\text{пр}1}} \frac{d}{dt}(p_1 - p_{o.c}). \quad (6.60)$$

Уравнение расходов жидкости, вытесняемой поршнем обратной связи, в предположении малых объемов полостей и каналов запишем без учета сжимаемости жидкости:

$$F_{o.c} \frac{dz}{dt} = F_{o.c1} \frac{dx_3}{dt} + Q_{o.c}, \quad (6.61)$$

где $F_{o.c1}$ – площадь плунжера 2.

Расход $Q_{o.c}$ жидкости, протекающей через дроссель обратной связи, определим линейной зависимостью

$$Q_{o.c} = k_{\text{др.с}}(p_{o.c} - p_2).$$

где $k_{\text{до.с}}$ – проводимость дросселя 3 обратной связи. Тогда уравнение (6.61) примет вид

$$F_{o.c} \frac{dz}{dt} = F_{o.c1} \frac{dx_3}{dt} + k_{\text{др.с}}(p_{o.c} - p_2). \quad (6.62)$$

Уравнение движения золотника запишем, предполагая малыми его массу и силу трения

$$F_{31}p_y - F_{o.c}(p_{o.c} - p_2) - 2(c_{\text{пр}} + c_{\text{гд}})x_3 = 0, \quad (6.63)$$

где $F_{31} = \frac{\pi}{4}(d_3^2 - d_{\text{пл}}^2)$; $p_y = p_{y1} - p_{y2}$ (здесь d_3 – диаметр золотника; $d_{\text{пл}}$ – диаметр плунжера).

После преобразования по Лапласу при нулевых начальных условиях уравнения (6.60), (6.62) и (6.63) сводятся к одному уравнению

$$(T_{o.c2}s + 1)x_3(s) = (T_{o.c1}s + 1)K_{xpy}p_y(s) - T_{o.c}sp_H(s), \quad (6.64)$$

где

$$\begin{aligned}
 p_H(s) &= p_1(s) - p_2(s); \\
 T_{o.c} &= \frac{F_{o.c}^2 F_{o.c1}}{4(c_{np} + c_{гд})c_{np1}k_{др.c}}; \\
 T_{o.c1} &= \frac{F_{o.c}^2 F_{31}}{4(c_{np} + c_{гд})c_{np1}k_{др.c}k_{xpy}}; \\
 T_{o.c2} &= \frac{F_{o.c}^2}{2c_{np1}k_{др.c}} \left(1 - \frac{F_{o.c1}c_{np1}}{F_{o.c}^2(c_{np} + c_{гд})} \right); \\
 K_{xpy} &= \frac{F_{31}}{2(c_{np} + c_{гд})}.
 \end{aligned}$$

Чтобы выявить влияние обратной связи по производной от перепада давления, будем учитывать только инерционную нагрузку на шток гидроцилиндра, а связь штока с массой m полагать абсолютно жесткой. В этом случае из (6.55) следует

$$p_H(s) = \frac{m}{F_{ц}} s^2 y_{шт}(s), \quad (6.65)$$

а уравнение движения нагруженного гидроцилиндра (6.40) примет вид

$$T_{гп}s(T_{ц1}^2 s^2 + 2\xi_{ц1}T_{ц1}s + 1)y_m(s) = x_3(s), \quad (6.66)$$

причем постоянная времени $T_{ц1}$ и коэффициент относительного демпфирования $\xi_{ц1}$ вычисляются по таким же формулам, как $T_{ц}$ и $\xi_{ц}$ при подстановке в них $k_{тр} = c_H = 0$ и $c_{св} \rightarrow \infty$.

По уравнениям (6.64)...(6.66) можно составить структурную схему нагруженного гидроцилиндра, охваченного обратной связью по производной от перепада давления в гидроцилиндре. Эта схема изображена на рис. 6.14, а; на рис. 6.14, б дана эквивалентная схема, полученная в результате переноса узла суммирования (элемента сравнения) на вход звена, соответствующего нагруженному гидроцилиндру.

Предположим, что постоянная времени $T_{o.c}$ имеет значение, при котором в исследуемом диапазоне частот можно применить приближенное соотношение

$$\frac{T_{o.c}s}{T_{o.c}s^2 + 1} \approx \frac{T_{o.c}}{T_{o.c}s} \approx K_{xp}. \quad (6.67)$$

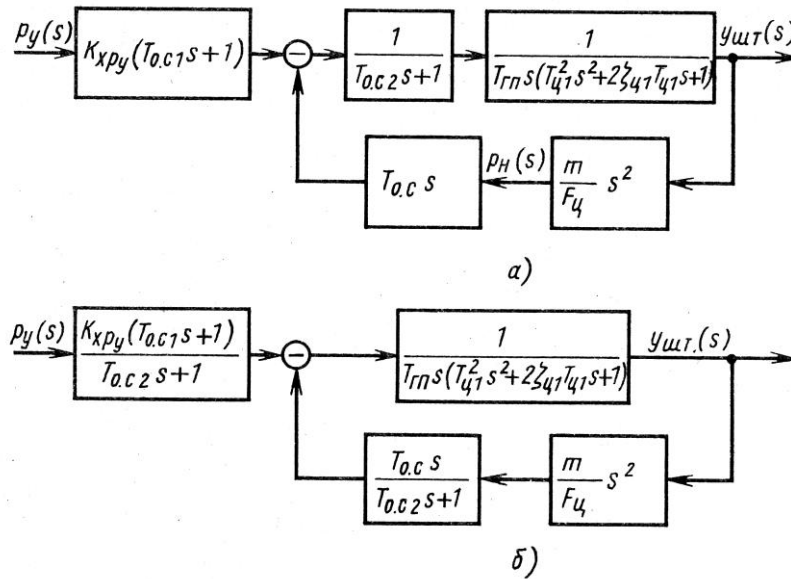


Рис. 6.14. Структурная схема гидроцилиндра с обратной связью по производной от перепада давления: *а* – до преобразования; *б* – после преобразования

При использовании соотношения (6.67) замкнутый контур последней структурной схемы может быть преобразован в звено с передаточной функцией

$$W'_{yx}(s) = \frac{1}{T_{гп}s(T_{ц1}^2s^2 + 2\xi_{о.с}T_{ц1}s + 1)}. \quad (6.68)$$

В передаточной функции (6.68) коэффициент относительного демпфирования

$$\xi_{о.с} = \xi_{ц1} + \frac{mT_{о.с}}{2T_{ц1}T_{гп}T_{о.с1}F_{ц}} \quad (6.69)$$

учитывает действие дополнительной обратной связи, охватывающей гидроцилиндр. Формула (6.69) показывает, что с помощью такой обратной связи можно увеличивать демпфирование нагруженного гидроцилиндра и тем самым уменьшать резонансный пик на логарифмической амплитудной частотной характеристике разомкнутого контура всего электрогидравлического следящего привода. При прочих равных условиях это позволяет обеспечить желаемые запасы по фазе и по амплитуде.

Дополнительные обратные связи по скорости изменения перепада давления в исполнительном гидродвигателе могут передавать сигнал не на золотник, а например, на заслонку электромеханического преобразователя или на регулируемый дроссель, соединяющий полости силового гидроцилиндра. Во всех случаях введение обратной связи по скорости изменения давления в исполнительном гидродвигателе позволяет корректировать характеристики привода в среднечастотной области, определяющей устойчивость и качество регулирования.

6.5. Корректирование внешней статической характеристики электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием

Для уменьшения установившихся ошибок в системе управления и лучшего согласования внешней статической характеристики электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием и характеристики нагрузки вводится обратная связь по скорости выходного звена привода. Такую обратную связь применяют и для корректировки динамических характеристик всего привода. Указанная обратная связь может вводиться за счет применения, как электрических, так и гидромеханических устройств.

Пример привода, осуществляющего дополнительную обратную связь по скорости выходного звена, показан на рис. 6.15.

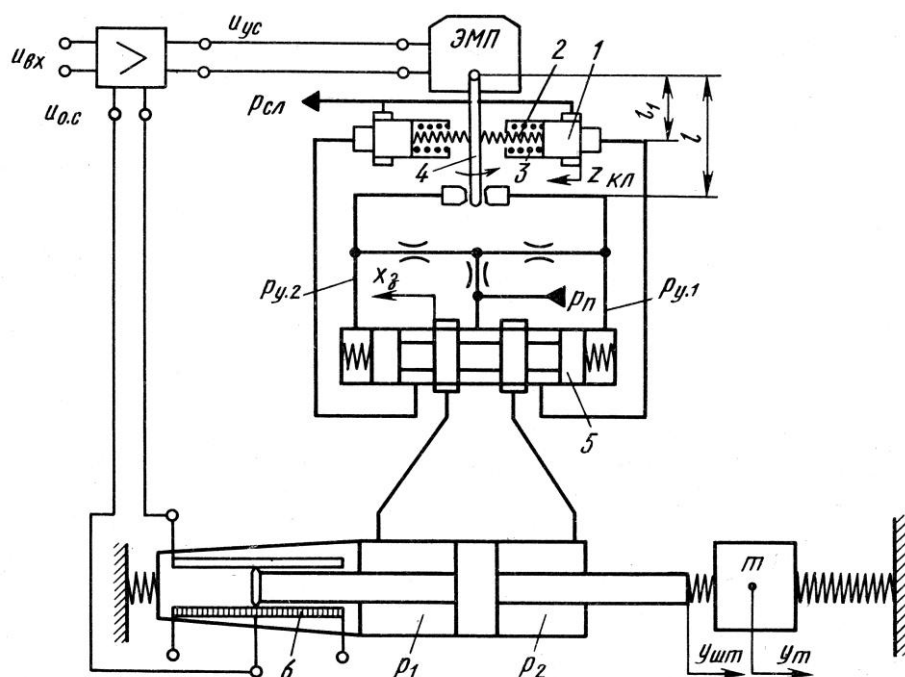


Рис. 6.15. Схема электрогидравлического следящего привода с дополнительной обратной связью по скорости выходного звена (по расходу жидкости)

В этом приводе имеются датчики обратной связи по расходу жидкости, величина которого пропорциональна скорости перемещения поршня гидроцилиндра. Каждый датчик представляет собой клапан 1, нагруженный двумя пружинами 2 и 3. Клапаны перекрывают каналы, сообщающие золотниковый распределитель со сливной магистралью, поэтому при отклонении золотника 5 от нейтрального положения один из клапанов поднимается под действием давления жидкости, направляемой из гидроцилиндра на слив. При подъеме клапана увеличивается сжатие опирающейся на него пружины 2, и к заслонке 4 прикладывается дополнительный момент, стремящийся вернуть ее к нейтральному положению. Чем больше будет расход жидкости, поступающей на слив, тем больше будет этот момент. Во время движения поршня гидроцилиндра всегда поднимается только один клапан.

пан, так как другой клапан при этом отключен золотником 5 от гидроцилиндра. Сила от действия давления на клапан в основном уравновешивается силой пружины 3. Пружины 2 выполняются более слабыми, чем пружины 3, так как они предназначены только для воздействия на заслонку, управляемую маломощным электромеханическим преобразователем.

Таким образом, в данном гидроприводе дополнительно к основной обратной связи по положению штока гидроцилиндра, осуществляемой с помощью потенциометра 5, введена отрицательная обратная связь по расходу жидкости, вытесняемой из гидроцилиндра в сливную магистраль, то есть по скорости выходного звена.

Для получения структурной схемы привода составим математическое описание его элементов, начиная с электромеханического преобразователя. С учетом обозначений, указанных на рис. 6.15, и соотношения (6.15) можем записать

$$M_H = \kappa_c F_c l p_y + 2l_1 c_{\text{пр}2} h_1 + l_1 c_{\text{пр}2} z_{\text{кл}},$$

где $c_{\text{пр}2}$ – жесткость пружины 2.

Вследствие малых углов отклонения якоря и жестко связанной с ним заслонки $h_1 = l_1 \varphi_y$. Поэтому

$$M_H = \kappa_c F_c l p_y + 2l_1^2 c_{\text{пр}2} \varphi_y + l_1 c_{\text{пр}2} z_{\text{кл}}. \quad (6.70)$$

Подставив зависимость (6.70) в уравнение (6.1) и проведя преобразование по Лапласу при нулевых начальных условиях, получим

$$\left(T_{я2}^2 s^2 + 2\xi_{я2} T_{я2} s + 1 \right) \varphi_y(s) = K_{\varphi i2} i_y(s) - K_{\varphi p y2} p_y(s) - K_{\varphi z} z_{\text{кл}}(s), \quad (6.71)$$

где $T_{я2}$ – постоянная времени якоря с учетом действия пружин 2; $\xi_{я2}$ – коэффициент относительного демпфирования якоря с учетом действия пружин 2; $K_{\varphi i2}$ – коэффициент передачи электромеханического преобразователя при наличии обратной связи по расходу жидкости; $K_{\varphi p y2}$ – коэффициент передачи внутренней обратной связи, обусловленной воздействием жидкости на заслонку; $K_{\varphi z}$ – коэффициент передачи датчиков обратной связи по расходу жидкости.

$$T_{я2} = \sqrt{\frac{J_y}{K_{M\varphi} + 2l_1^2 c_{\text{пр}2}}}; \quad \xi_{я2} = \frac{k_{д.я}}{2\sqrt{J_y (K_{M\varphi} + 2l_1^2 c_{\text{пр}2})}}; \quad K_{\varphi i2} = \frac{K_{Mi}}{K_{M\varphi} + 2l_1^2 c_{\text{пр}2}};$$

$$K_{\varphi p y2} = \frac{\kappa_c F_c l}{K_{M\varphi} + 2l_1^2 c_{\text{пр}2}}; \quad K_{\varphi z} = \frac{l_1 c_{\text{пр}2}}{K_{M\varphi} + 2l_1^2 c_{\text{пр}2}}.$$

Для определения изображения $z_{\text{кл}}(s)$, входящего в правую часть (6.71), найдем уравнение обратной связи по расходу жидкости. Расход жидкости, пропускаемой клапаном обратной связи, при давлении $p_{\text{кл}}$ перед клапаном, выражается обычной для дроссельного устройства зависимостью

$$Q_{\text{кл}} = k'_{\text{кл}} z_{\text{кл}} \sqrt{p_{\text{кл}} - p_{\text{сл}}}, \quad (6.72)$$

где $k'_{\text{кл}} = \mu_{\text{кл}} b_{\text{кл}} \sqrt{2/\rho}$ – проводимость клапана, приведенная к единице его перемещения; $\mu_{\text{кл}}$, $b_{\text{кл}}$ – коэффициент расхода и ширина окон, открываемая клапаном.

С другой стороны, пренебрегая сжимаемостью жидкости и изменением объема клапана обратной связи, можем считать, что расход $Q_{\text{кл}}$ пропорционален скорости движения поршня гидроцилиндра:

$$Q_{\text{кл}} = F_{\text{ц}} \frac{dy_{\text{шт}}}{dt}. \quad (6.73)$$

Подставляя (6.72) в (6.73) и выполняя преобразование по Лапласу полученного уравнения при нулевых начальных условиях, получим

$$T_p s y_{\text{шт}}(s) = z_{\text{кл}}(s), \quad (6.74)$$

где $T_p = \frac{F_{\text{ц}}}{k'_{\text{кл}} \sqrt{p_{\text{кл}} - p_{\text{сл}}}}$ – постоянная времени обратной связи по расходу жидкости.

Кроме изменений, учитываемых уравнением (6.71) электромеханического преобразователя и уравнением (6.74), наличие обратной связи по расходу жидкости не вызывает никаких других изменений в элементах привода. Вследствие этого при составлении структурной схемы привода можно использовать все полученные в предыдущих параграфах передаточные функции, кроме передаточной функции электромеханического преобразователя, которая в данном случае определяется уравнением (6.71). По уравнению (6.74) в структурную схему привода вводится цепь дополнительной обратной связи.

На рис. 6.16 дана структурная схема привода с дополнительной обратной связью по расходу жидкости, полученная на основании структурной схемы, изображенной на рис. 6.10.

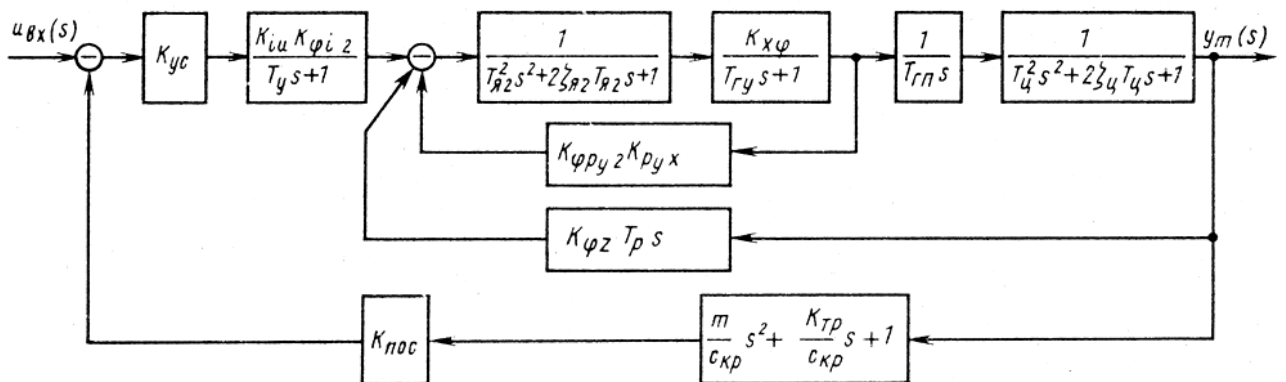


Рис. 6.16. Структурная схема электрогидравлического следящего привода с дополнительной обратной связью по расходу жидкости

Обратная связь по расходу жидкости позволяет изменять не только динамические характеристики привода, но и корректировать его внешнюю статическую характеристику, определяющую зависимость скорости движения штока гидроцилиндра от нагрузки и тока управления. Такая характеристика находится с помощью уравнений статики электромеханического преобразователя и гидроусилителя. Первое из этих уравнений получим, подставив в уравнение (6.1) зависимость (6.70) и предполагая, что

$$\frac{d^2 \varphi_{\text{я}}}{dt^2} = \frac{d \varphi_{\text{я}}}{dt} = 0.$$

В результате имеем

$$\varphi_{\text{я}} = K_{\varphi i 2} i_{\text{y}} - K_{\varphi p_{\text{y}}} p_{\text{y}} - K_{\varphi z} z_{\text{кл}}. \quad (6.75)$$

При равновесии золотника гидроусилителя $Q_{\text{y}} = 0$, поэтому, согласно уравнению (6.3)

$$p_{\text{y}} = \frac{K_{Q_{\text{y}} h}}{K_{Q_{\text{y}} p_{\text{y}}}} h_{\text{y}}.$$

Так как $h_{\text{y}} = l \varphi_{\text{я}}$, то

$$p_{\text{y}} = \frac{K_{Q_{\text{y}} h} l}{K_{Q_{\text{y}} p_{\text{y}}}} \varphi_{\text{я}}. \quad (6.76)$$

Уравнение равновесия золотника найдем из уравнения (6.12) при $\frac{d^2 x_3}{dt^2} = \frac{dx_3}{dt} = 0$:

$$p_{\text{y}} = \frac{2(c_{\text{пр}} + c_{\text{гд}})}{F_3} x_3$$

или

$$p_{\text{y}} = K_{p_{\text{y}} x} x_3. \quad (6.77)$$

Подставим (6.76) и (6.77) в (6.75). После преобразования полученного уравнения будем иметь

$$x_3 \left(\frac{K_{p_{\text{y}} x} K_{Q_{\text{y}} p_{\text{y}}}}{l K_{Q_{\text{y}} h}} + K_{\varphi p_{\text{y}}} \right) = K_{\varphi i 2} i_{\text{y}} - K_{\varphi z} z_{\text{кл}}. \quad (6.78)$$

Перемещение x_3 золотника и перемещение $z_{\text{кл}}$ клапана обратной связи по расходу представим следующим образом

$$x_3 = \frac{Q_3}{k'_3 \sqrt{\frac{p_{\text{п}} - p_{\text{н}} - p_{\text{кл}}}{2}}}; \quad z_{\text{кл}} = \frac{Q_3}{K_{Qz}},$$

где $K_{Qz} = k'_{\text{кл}} \sqrt{p_{\text{кл}} - p_{\text{сл}}}$.

С помощью этих соотношений из уравнения (6.78) находим внешнюю статическую (нагрузочную) характеристику

$$Q_3 \left[\frac{K_{p_{\text{y}} x} (K_{Q_{\text{y}} p_{\text{y}}} + K_{\varphi p_{\text{y}}} K_{Q_{\text{y}} h} l)}{l K_{Q_{\text{y}} h} k'_3 \sqrt{0,5(p_{\text{п}} - p_{\text{н}} - p_{\text{кл}})}} + \frac{K_{\varphi z}}{K_{Qz}} \right] = K_{\varphi i 2} i_{\text{y}}. \quad (6.79)$$

При $K_{p_{\text{y}} x} = 0$ имеем

$$Q_3 = \frac{K_{Qz} K_{\varphi i 2}}{K_{\varphi z}} i_y. \quad (6.80)$$

Отсюда следует, что расход Q_3 жидкости, протекающей через золотник, не зависит от перепада давления p_n в гидроцилиндре, поэтому установившаяся скорость поршня гидроцилиндра не зависит от действующей на его шток нагрузки. Внешние статические характеристики привода, соответствующие зависимости (6.80), показаны на рис. 6.17 штриховыми линиями. Однако при $K_{p_{y,x}} = 0$ привод без специальных корректирующих устройств может оказаться неустойчивым, так как в этом случае гидроусилитель является астатическим и в замкнутый контур привода входят два интегрирующих звена.

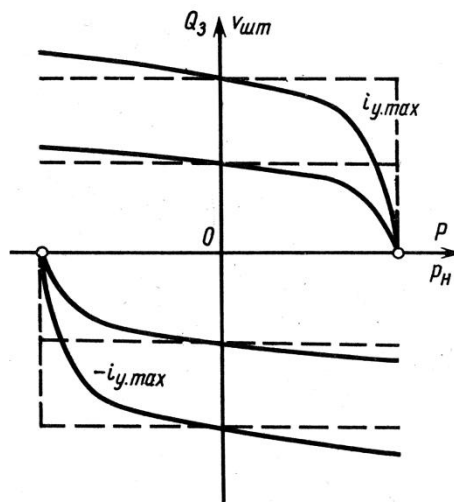


Рис. 6.17. Внешняя статическая характеристика электрогидравлического следящего привода с дополнительной обратной связью по расходу жидкости

Указанный недостаток устраняется, когда $K_{p_{y,x}} > 0$ и статические характеристики привода определяются зависимостью (6.79), согласно которой расход Q_3 жидкости через золотник при одном и том же токе управления i_y будет изменяться с изменением перепада давления p_n в гидроцилиндре. Скорость движения поршня гидроцилиндра также будет зависеть от действующей на шток нагрузки (сплошные линии на рис. 6.17).

В отличие от привода, не имеющего обратной связи по расходу жидкости, в рассматриваемом приводе можно достичь меньшего изменения скорости поршня гидроцилиндра с изменением нагрузки. Объясняется это тем, что благодаря действию дополнительной обратной связи по расходу жидкости смещение золотника от нейтрали увеличивается или уменьшается и соответственно производится регулирование скорости движения поршня гидроцилиндра при постоянном токе управления.

6.6. Автоколебания в электрогидравлическом приводе с дроссельным регулированием

В реальном приводе могут возникнуть автоколебания, которые обычно недопустимы, так как они вызывают повреждения элементов привода и, кроме того, уменьшают точность управления объектом. Причинами возникновения автоколебаний являются: гистерезис в магнитной системе электромеханического преобразователя, сухое трение в золотниковом распределителе, степенная (а не линейная) зависимость расхода жидкости через распределитель от перепада давлений в его окнах, сухое или смешанное трение в гидродвигателе и нагрузке, зазоры в соединении выходного звена с регулирующим органом управляемого объекта и т. д.

7. ДИНАМИКА ГИДРОПРИВОДОВ С ОБЪЕМНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

7.1. Принципиальная схема и уравнение динамики силовой части гидропривода с объемным регулированием

В следящем гидроприводе с объемным регулированием выделяется силовая и управляющая части. Силовая часть включает объемный насос с регулируемой подачей, вспомогательные устройства и исполнительный гидродвигатель объемного типа.

Управляющая часть может состоять из механических устройств, электрических и электрогидравлических устройств.

Пример схемы силовой части гидропривода с объемным регулированием приведен на рис. 7.1.

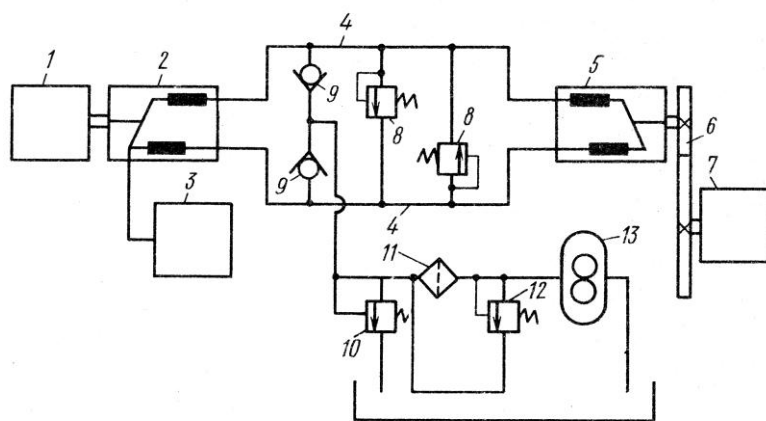


Рис. 7.1. Схема силовой части гидропривода объемного регулирования:
1 - электродвигатель; 2 – аксиально-поршневой насос; 3 - механизм управления подачей насоса; 4 – гидролиния; 5 – аксиально-поршневой гидромотор; 6 – зубчатый редуктор; 7 – управляемый объект (нагрузка); 8, 12 – предохранительный клапан; 9 – обратный (подпиточный) клапан; 10 – переливной клапан; 11 – фильтр; 13 – подпиточный насос

Для составления математической модели силовой части привода примем следующие допущения:

- угловую скорость вращения вала асинхронного электродвигателя 1 и, следовательно, вала насоса 2 считаем постоянной $\Omega_M = \text{const}$;
- давление в гидролиниях 4 меньше давления срабатывания предохранительных клапанов 8;
- давление в системе подпитки (перед клапанами 9) постоянно;
- нагрузка управляемого объекта 7 представляется в виде приведенной к валу гидромотора 5 суммы инерционного, позиционного моментов и момента сил гидравлического трения;
- трубопроводы, соединяющие насос и гидромотор, короткие;
- давление во всасывающих трубопроводах насоса ниже давления в системе подпитки.

Расчетная схема силовой части гидропривода, соответствующая указанным допущениям и случаю, когда $p_1 > p_2$, показана на рис. 7.2.

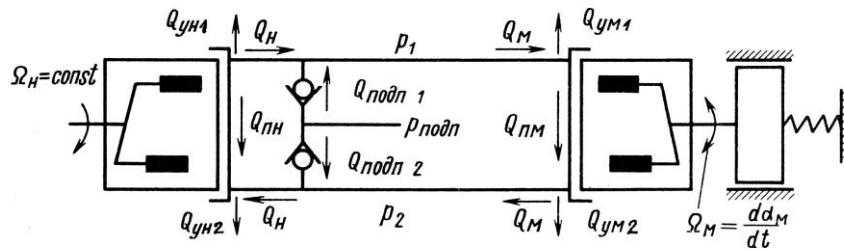


Рис. 7.2. Расчетная схема силовой части гидропривода объемного регулирования

Уравнение сохранения массы рабочей жидкости (баланс расходов) имеет вид:

- для трубопровода с давлением p_1

$$Q_H = Q_M + Q_{п.н} + Q_{п.м} + Q_{у.н1} + Q_{у.м1} + Q_{сж1} - Q_{подп.1}; \quad (7.1)$$

- для трубопровода с давлением p_2

$$Q_H = Q_M + Q_{п.н} + Q_{п.м} - Q_{у.н2} - Q_{у.м2} - Q_{сж2} + Q_{подп.2}. \quad (7.2)$$

Здесь $Q_{сж1}$ ($Q_{сж2}$) – составляющие расхода насоса, идущие на компенсацию сжимаемости жидкости. Остальные обозначения поясняются рис. 7.2.

Считая насос и гидромотор машинами одного типа, можем принять

$$Q_{п.н} = Q_{п.м} = Q_{пер};$$

$$Q_{ут.н1} = Q_{ут.м1} = Q_{ут1};$$

$$Q_{ут.н2} = Q_{ут.м2} = Q_{ут2}.$$

Отдельные составляющие расхода насоса представим следующим образом

$$Q_M = q_M \frac{d\alpha_M}{dt}; \quad (7.3)$$

$$Q_{пер} = k_{пер} (p_1 - p_2); \quad (7.4)$$

$$Q_{ут1} = k_{ут} p_1; \quad (7.5)$$

$$Q_{ут2} = k_{ут} p_2; \quad (7.6)$$

где q_M – рабочий объем мотора, приведенный к единице угла поворота его вала; $k_{пер}$, $k_{ут}$ – проводимости негерметичностей, по которым происходят перетечки из полости высокого в полость низкого давления и утечки в насосе и моторе соответственно.

$$Q_{подп1} = k_{кл} (p_{подп} - p_1); \quad (7.7)$$

$$Q_{подп2} = k_{кл} (p_{подп} - p_2), \quad (7.8)$$

где $k_{кл}$ – проводимость клапана подпитки.

Расходы, компенсирующие сжимаемость определим, считая стенки трубопроводов абсолютно жесткими

$$Q_{сж1} = \frac{V_0}{B_{ж}} \frac{dp_1}{dt}; \quad (7.9)$$

$$Q_{сж2} = \frac{V_0}{B_{ж}} \frac{dp_2}{dt}, \quad (7.10)$$

где V_0 – объем трубопровода с подключенными к нему объемами насоса и мотора; $B_{ж}$ – модуль объемной упругости жидкости.

Подставив (7.3)...(7.10) в (7.1) и (7.2) и сложив эти уравнения, получим

$$Q_H = q_M \frac{d\alpha_M}{d} + 2k_{пер}(p_1 - p_2) + k_{ут}(p_1 - p_2) + \frac{k_{кл}(p_1 - p_2)}{2} + \frac{V_0}{2B_{ж}} \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}. \quad (7.11)$$

Расход аксиально-поршневого насоса находится по формуле

$$Q_H = \frac{F_{п} z_{п} D_{п} \tan \gamma_H \Omega_M}{2\pi}, \quad (7.12)$$

где $F_{п}$, $z_{п}$ – площадь одного поршня и их количество соответственно; $D_{п}$ – диаметр окружности, на которой расположены поршни; γ_H – угол наклона шайбы насоса.

Линеаризуя (7.12), получим

$$Q_H = K_{Q\gamma} \gamma_H, \quad (7.13)$$

где коэффициент передачи $K_{Q\gamma}$ находится из соотношения

$$K_{Q\gamma} = \left. \frac{\partial Q_H}{\partial \gamma_H} \right|_{\gamma_H=0} = \frac{F_{п} z_{п} D_{п} \Omega_M}{2\pi} = q'_H \Omega_M.$$

Здесь q'_H – характерный объем насоса, приведенный к одному радиану угла наклона шайбы.

Подставив (7.13) в (7.11), приведем его к виду

$$\frac{q_M}{K_{Q\gamma}} \frac{d\alpha_M}{dt} + \frac{V_0}{2B_{ж} K_{Q\gamma}} \frac{d p_M}{dt} + \frac{k_{\Sigma}}{K_{Q\gamma}} p_M = \gamma_H, \quad (7.14)$$

где

$$k_{\Sigma} = k_{ут} 2k_{пер} + k_{кл} / 2; \quad p_M = p_1 - p_2.$$

Для определения перепада давлений p_M , входящего в уравнение (7.14), используем уравнение движения вала гидромотора

$$J \frac{d^2 \alpha_M}{dt^2} = M_M - M_{тр1} - M_{тр2} - M_{поз}, \quad (7.15)$$

где J – момент инерции вращающихся с валом гидромотора частей.

Крутящий момент M_M для объемной гидромашины находят по формуле

$$M_M = q_M p_M. \quad (7.16)$$

Будем считать, что момент трения в гидромоторе и $M_{тр1}$ и в нагрузке $M_{тр2}$ создается гидравлическими силами, то есть данные моменты пропорциональны скорости вращения выходного звена:

$$M_{тр1} = k_{тр1} \frac{d\alpha_M}{dt}; \quad M_{тр2} = k_{тр2} \frac{d\alpha_M}{dt}. \quad (7.17)$$

Момент от действия позиционной нагрузки

$$M_{поз} = k_{поз} \alpha_M. \quad (7.18)$$

Подставляя (7.16)...(7.18) в (7.15), после преобразований получаем

$$\frac{J}{q_M} \frac{d^2 \alpha_M}{dt^2} + \frac{k_{\text{тр}}}{q_M} \frac{d\alpha_M}{dt} + \frac{k_{\text{поз}}}{q_M} \alpha_M = p_M, \quad (7.19)$$

где

$$k_{\text{тр}} = k_{\text{тр}1} + k_{\text{тр}2}.$$

Система (7.14), (7.19) сводится к одному уравнению третьего порядка

$$\begin{aligned} \frac{JV_0}{2B_{\text{ж}}q_M K_{Q\gamma}} \frac{d^3 \alpha_M}{dt^3} + \left(\frac{k_{\text{тр}}V_0}{2B_{\text{ж}}q_M K_{Q\gamma}} + \frac{k_{\Sigma}J}{q_M K_{Q\gamma}} \right) \frac{d^2 \alpha_M}{dt^2} + \\ + \frac{q_M}{K_{Q\gamma}} \left(1 + \frac{k_{\text{поз}}V_0}{2B_{\text{ж}}q_M^2} + \frac{k_{\Sigma}k_{\text{тр}}}{q_M^2} \right) \frac{d\alpha_M}{dt} + \frac{k_{\text{поз}}\alpha_M}{q_M K_{Q\gamma}} = \gamma_H. \end{aligned} \quad (7.20)$$

Так как обычно $\frac{k_{\text{поз}}V_0}{2B_{\text{ж}}q_M^2}$ и $\frac{k_{\Sigma}k_{\text{тр}}}{q_M^2}$ малы по сравнению с единицей, то коэффициент перед первой производной выражается следующей постоянной времени

$$T_{\text{гп}1} = q_M / K_{Q\gamma}. \quad (7.21)$$

Уравнение (7.20) с учетом (7.21) в преобразованиях по Лапласу запишется следующим образом

$$T_{\text{гп}1}s \left(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1 \right) \alpha_M(s) = \gamma_H(s) - K_{\text{н}1} \alpha_M(s), \quad (7.22)$$

где T_M – постоянная времени недемпфированного гидромотора; ξ_M – коэффициент относительного демпфирования гидромотора; $K_{\text{н}1}$ – коэффициент передачи собственной обратной связи, вызванной совместным действием позиционной нагрузки и негерметичности гидромашин.

$$T_M = \sqrt{\frac{JV_0}{2q_M^2 B_{\text{ж}}}}; \quad \xi_M = \frac{2JB_{\text{ж}}k_{\Sigma} + k_{\text{тр}}V_0}{2\sqrt{2JB_{\text{ж}}V_0q_M^2}}; \quad K_{\text{н}1} = \frac{k_{\Sigma}k_{\text{поз}}}{q_M K_{Q\gamma}}. \quad (7.23)$$

Параметры $T_{\text{гп}1}$, T_M , ξ_M , $K_{\text{н}1}$ по своему физическому смыслу аналогичны соответствующим параметрам гидропривода с дроссельным регулированием. Прямая цепь контура, как и у гидропривода с дроссельным регулированием, состоит из интегрирующего и колебательного звеньев. Интегрирующее звено отражает основное свойство объемного гидропривода – жидкость в гидродвигателе должна заполнить изменяющийся при движении выходного звена рабочий объем. Колебательное звено показывает, что сочетание инерционной нагрузки со сжимаемой жидкостью, заполняющей силовую часть системы, может явиться причиной колебаний. Демпфирование колебаний происходит за счет действия сил гидравлического трения и перетечек.

Нетрудно заметить, что вид динамической модели силовой части привода не изменится, если вместо гидромотора применить гидроцилиндр с линейным перемещением поршня. При определении констант уравнения (7.22) в этом случае следует заменить q_M на площадь поршня $F_{\text{п}}$, а J на приведенную массу m .

7.2. Устойчивость гидропривода с объемным регулированием при наличии обратной связи

Предположим, что гидропривод объемного регулирования имеет механизм управления углом установки шайбы насоса с механическим приводом, рис. 7.3.

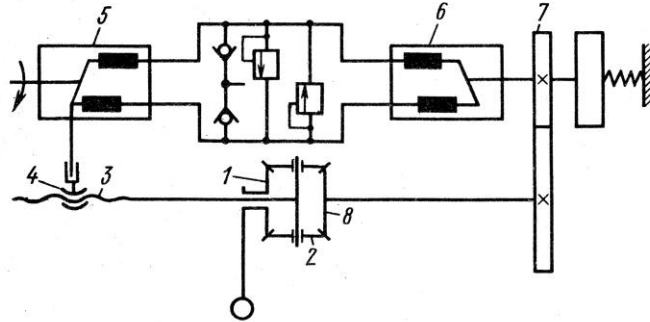


Рис. 7.3. Схема гидропривода с объемным регулированием и механическим управлением: 1 – дифференциал; 2 – шестерня (сателлит); 3, 4 – винтовая пара; 5 – насос; 6 – гидромотор; 7 – редуктор; 8 – ведущая шестерня обратной связи

Уравнение механизма управления подачей насоса можно записать в виде

$$\gamma_H = K_{\gamma\theta}\theta_{\text{вх}} - K_{\text{o.c}}\alpha_M, \quad (7.24)$$

где $K_{\gamma\theta}$, $K_{\text{o.c}}$ – коэффициенты передачи механизма от ручки управления до шайбы и обратной связи от вала гидромотора до шайбы соответственно; $\theta_{\text{вх}}$ – угол поворота ручки управления (входное воздействие).

Преобразовав уравнение (7.24) по Лапласу и подставив результат в (7.22), получим уравнение динамики замкнутой следящей системы

$$T_{\text{гп1}}s(T_M^2s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)\alpha_M(s) = K_{\gamma\theta}\theta_{\text{вх}}(s) - (K_{\text{o.c1}} + K_{\text{н1}})\alpha_M(s). \quad (7.25)$$

Структурная схема, соответствующая данному уравнению приведена на рис. 7.4.

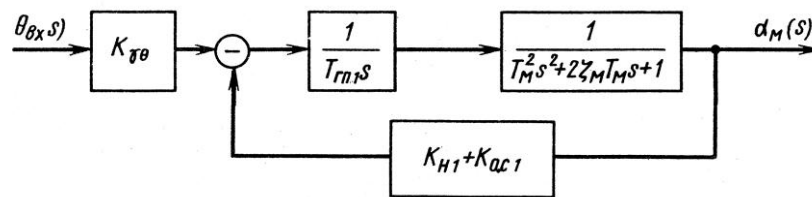


Рис. 7.4. Структурная схема гидропривода с объемным регулированием и механическим управлением

Как и в случае с дроссельным регулированием, коэффициент $K_{\text{н1}}$ обычно значительно меньше коэффициента обратной связи и может не учитываться при исследовании устойчивости привода. С учетом этого замечания характеристическое уравнение запишется в виде

$$T_{\text{гп1}}T_M^2\lambda^3 + 2\xi_M T_M T_{\text{гп1}}\lambda^2 + T_{\text{гп1}}\lambda + K_{\text{o.c1}} = 0. \quad (7.26)$$

Условие устойчивости запишем, используя критерий Гурвица:

$$2\xi_{\Sigma} T_{\text{гп1}} > K_{\text{o.c1}} T_{\text{м}}. \quad (7.27)$$

Подставив в (7.27) выражения для констант из (7.23), находим условие устойчивости в форме

$$2B_{\text{ж}} J k_{\Sigma} + k_{\text{тр}} V_0 > \frac{K_{\text{o.c}} K_{\theta\gamma} V_0 J}{q_{\text{м}}}. \quad (7.28)$$

Введем добротность гидропривода с объемным регулированием

$$D_{\text{o.p}} = \frac{K_{\text{o.c}} K_{\theta\gamma}}{q_{\text{м}}}.$$

С учетом этого обозначения (7.28) примет вид

$$2B_{\text{ж}} J k_{\Sigma} + k_{\text{тр}} V_0 > D_{\text{o.p}} V_0 J. \quad (7.29)$$

При малом трении в гидромоторе и нагрузке ($k_{\text{тр}} = 0$) из условия устойчивости следует

$$k_{\Sigma} > \frac{D_{\text{o.p}} V_0}{2B_{\text{ж}}} \quad (7.30)$$

Из (7.30) видим, что увеличение утечек и перетечек в гидромашинах способствует устойчивости гидропривода с объемным регулированием. Условие устойчивости не зависит от величины момента инерции J вращающихся масс, так как при увеличении J увеличиваются и утечки вследствие увеличения разности давлений.

В предположении отсутствия утечек ($k_{\Sigma} = 0$) условие устойчивости запишется в виде

$$k_{\text{тр}} > D_{\text{o.p}} J, \quad (7.31)$$

которое по физическому смыслу аналогично условию устойчивости гидропривода с дроссельным регулированием и идеальном золотнике.

При оценочном расчете устойчивости и качества регулирования для вычисления k_{Σ} и $k_{\text{тр1}}$ можно воспользоваться паспортными значениями объемного и механического КПД гидромашин. В этом случае значение коэффициента k_{Σ} вычисляют по формуле

$$k_{\Sigma} = (1 - \eta_{\text{o.г}}) \frac{Q_{\text{o.г}}}{p_{\text{o.г}}} + \frac{k_{\text{кп}}}{2}, \quad (7.32)$$

где $\eta_{\text{o.г}}$ – объемный КПД гидропривода при номинальных значениях расхода $Q_{\text{o.г}}$ и давления $p_{\text{o.г}}$ нагнетания.

Коэффициент $k_{\text{тр1}}$ вычисляют по формуле

$$k_{\text{тр1}} = (1 - \eta_{\text{м}}) \frac{M_{\text{м0}}}{\Omega_{\text{м0}}}, \quad (7.33)$$

где $\eta_{\text{м}}$ – механический КПД гидромотора при номинальных значениях крутящего момента $M_{\text{м0}}$ и угловой скорости $\Omega_{\text{м0}}$.

Для получения величины коэффициента $k_{\text{тр}}$ необходимо к $k_{\text{тр1}}$ добавить коэффициент трения в нагрузке $k_{\text{тр2}}$.

7.3. Электрогидравлические следящие приводы с объемным регулированием

В данном гидроприводе в качестве управляющей части используется электрогидравлический привод с дроссельным регулированием. Пример схемы электрогидравлического следящего привода с объемным регулированием приведен на рис. 7.5.

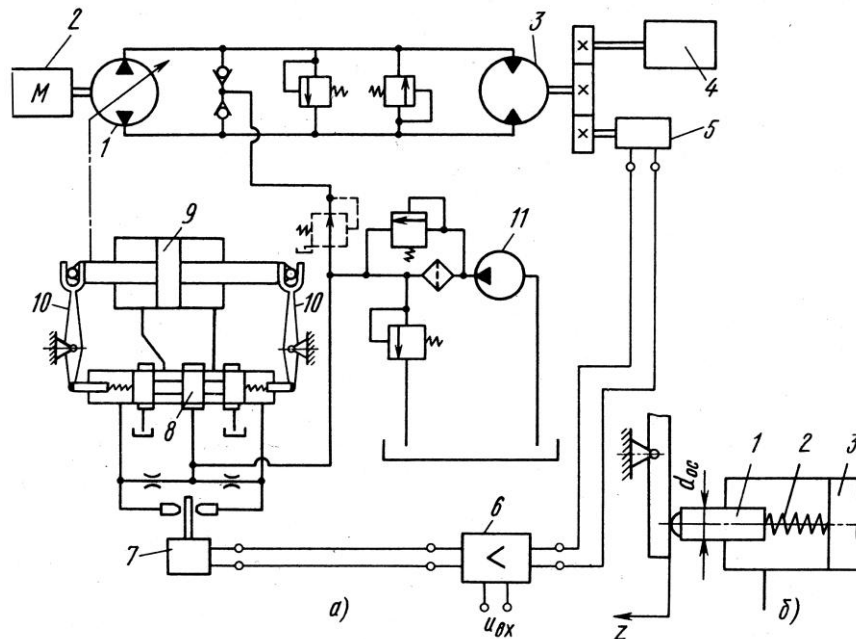


Рис. 7.5. Схема электрогидравлического привода с объемным регулированием (а): 1 – насос; 2 – электродвигатель; 3 – гидромотор; 4 – управляемый объект (нагрузка); 5 – датчик обратной связи; 6 – усилитель; 7 – электромеханический преобразователь; 8 – золотник; 9 – гидроцилиндр; 10 – рычаг обратной связи от гидроцилиндра к золотнику; 11 – вспомогательный насос; элемент обратной связи от гидроцилиндра к золотнику (б): 1 – толкатель обратной связи; 2 – пружина; 3 – золотник

Входным сигналом служит напряжение $u_{вх}$, подводимое к усилителю от внешнего устройства (датчика, ручного задатчика и др.), выходным – угол поворота (или угловая скорость) гидромотора α_M .

Структурная схема рассматриваемого следящего привода может быть составлена из структурных схем силовой и управляющей частей. При этом в структурную схему электрогидравлического привода с дроссельным регулированием, используемого в качестве управляющей части, необходимо внести изменения, связанные с наличием обратной связи от гидроцилиндра к золотнику гидроусилителя. При такой обратной связи уравнение сохранения массы в рабочей полости гидроусилителя (6.7) должно быть дополнено следующим образом

$$F_3 \frac{dx_3}{dt} + \frac{V_y}{2B_{ж}} \frac{dp_y}{dt} + F_{o.c} \frac{dz}{dt} = Q_y, \quad (7.34)$$

где $F_{o.c} = \pi d_{o.c}^2 / 4$.

Последний член в правой части (7.34) учитывает расход жидкости, обусловленный движением толкателей 1 пружин золотника, см. рис. 7.5, б.

В реальных гидроусилителях объем V_y обычно мал, что позволяет пренебречь сжимаемостью жидкости в уравнении (7.34). С учетом этого допущения из уравнений (6.3) и (7.34) находим

$$p_y = \frac{K_{Q_y h}}{K_{Q_y p_y}} h_y - \frac{F_3}{K_{Q_y p_y}} \frac{dx_3}{dt} - \frac{K_{o.c}}{K_{Q_y p_y}} \frac{dz}{dt}. \quad (7.35)$$

Пренебрегая массой золотника, величину управляющего перепада давления p_y определим из условия равновесия

$$p_y = \frac{2(c_{np} + c_{гд})}{F_3} x_3 + \frac{2c_{np}}{F_3} z. \quad (7.36)$$

Из (7.35) и (7.36) находим уравнение динамики гидравлического усилителя, которое в изображениях по Лапласу записывается в виде

$$(T_{гy}s + 1)x_3(s) = K_{xh}h_y(s) - (T'_{o.c} + 1)K_{xz}z(s), \quad (7.37)$$

где $T'_{o.c}$ – постоянная времени силовой обратной связи; K_{xz} – коэффициент передачи силовой обратной связи.

$$T'_{o.c} = \frac{F_3 F_{o.c}}{2K_{Q_y p_y} c_{np}}; \quad K_{xz} = c_{np} / (c_{np} + c_{гд})$$

Внося в соответствии с уравнениями (7.36) и (7.37) изменения в структурную схему прямой цепи электрогидравлического привода с дроссельным регулированием и присоединяя к ней последовательно структурную схему силовой части гидропривода, получим структурную схему прямой цепи электрогидравлического привода с объемным регулированием. После замыкания этой прямой цепи обратной связью с учетом звеньев, описывающих усилитель и обмотку управления электромеханического преобразователя, будем иметь структурную схему всего следящего привода. Такая структурная схема при $K_n = K_{n1} = 0$ приведена на рис. 7.6.

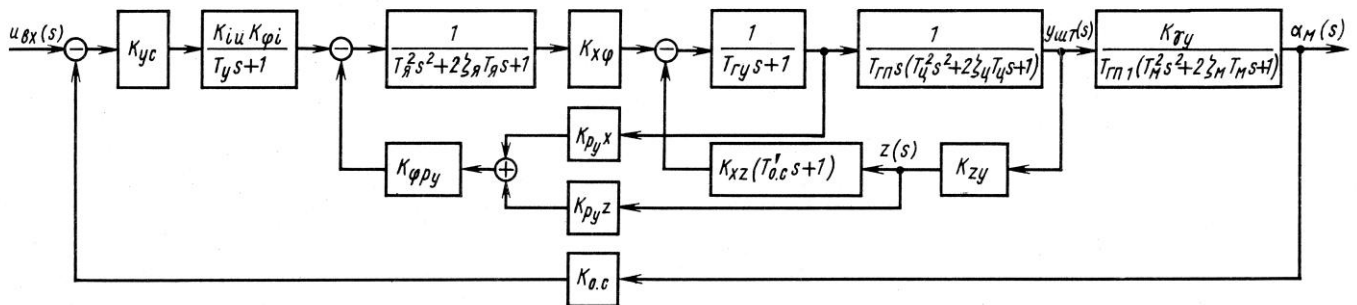


Рис. 7.6. Структурная схема электрогидравлического привода с объемным регулированием

На схеме показаны три ранее не применявшиеся коэффициенты передачи: $K_{\gamma y}$, K_{zy} , $K_{p_{y,z}}$. Первый определяется передаточным отношением механизма, соединяющего шток гидроцилиндра с регулирующим органом, второй – отношение плеч силовой обратной связи, третий $K_{p_{y,z}} = 2c_{\text{пр}}/F_{\text{ц}}$. В ряде случаев постоянные времени T_y , $T_{\text{я}}$, $T_{\text{гy}}$ и $T_{\text{o.c}}$ оказываются значительно меньше постоянных времени $T_{\text{гп}}$, $T_{\text{ц}}$, $T_{\text{гп1}}$, и $T_{\text{м}}$. Тогда усилитель и некоторые звенья электрогидравлического усилителя можно представить пропорциональными звеньями, что упрощает структурную схему привода, рис. 7.7.

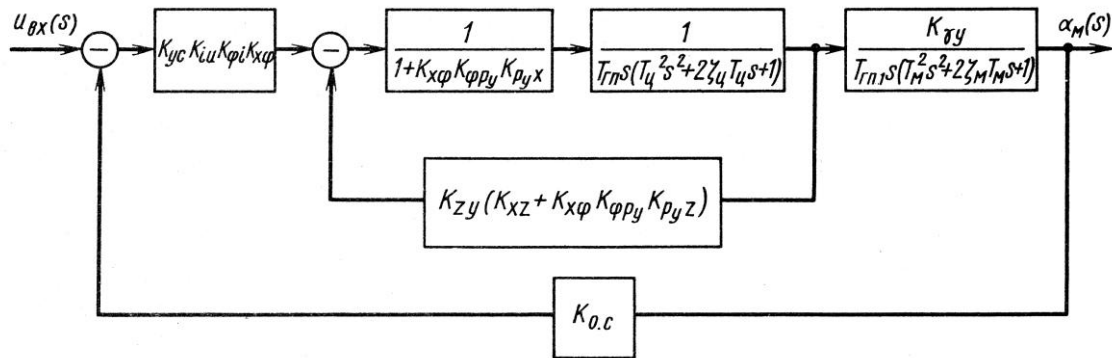


Рис. 7.7. Структурная схема электрогидравлического привода с объемным регулированием и идеальным электрогидравлическим усилителем

Проверка устойчивости такой схемы производится в обычной последовательности: сначала проверяется устойчивость внутреннего контура, затем находятся логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики замкнутого внутреннего контура. После этого должны быть построены логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики разомкнутого по основной обратной связи контура всего привода.

Рассмотренный электрогидравлический следящий привод с объемным регулированием работает с ошибкой, пропорциональной скорости выходного звена. Для увеличения точности управления применяют электрогидравлические приводы с дополнительными обратными связями по скорости и ускорению выходного звена.

8. АВТОМАТИЧЕСКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ В ПРЕВМОГИДРОСИСТЕМАХ

8.1. Источник энергопитания с переливным клапаном

В источнике питания с нерегулируемым насосом давление рабочей жидкости в напорной линии поддерживается при помощи переливного клапана.

Система энергопитания с переливным клапаном прямого действия показана на рис. 8.1.

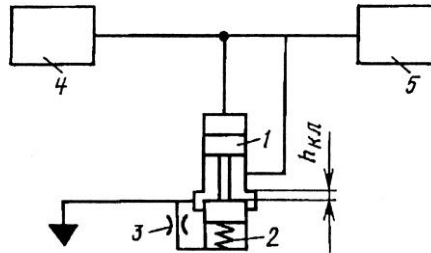


Рис. 8.1. Схема источника энергопитания с переливным клапаном прямого действия: 1 – золотник; 2 – пружина; 3 – дроссель; 4 – насос; 5 – потребитель рабочей жидкости

Составим линейную динамическую модель этой системы, при этом будем рассматривать малые отклонения параметров от установившихся значений*. На основании уравнения неразрывности можем записать

$$Q'_н = Q'_п + Q'_{сж} + Q'_{кл} + Q'_у, \quad (8.1)$$

где $Q'_н$ – отклонение расхода насоса; $Q'_п$ – отклонение расхода, поступающего к гидроприводу (потребителю); $Q'_{сж}$ – отклонение расхода, компенсирующего сжимаемость среды; $Q'_{кл}$ – отклонение расхода, сливающегося через клапан в бак; $Q'_у$ – отклонение расхода, идущего на управление переливным клапаном.

$$Q'_{сж} = \frac{V_п}{B_ж} \frac{dp'_п}{dt}; \quad (8.2)$$

$$Q'_{кл} = K_{Qh} h'_{кл} + K_{Qp} p'_п \quad (8.3)$$

$$Q'_у = S_{кл} \frac{dh'_{кл}}{dt}, \quad (8.4)$$

где $V_п$ – объем жидкости, находящейся под давлением в насосе, в трубопроводе от насоса к гидроприводу и в гидроприводе; $B_ж$ – модуль объемной упругости жидкости; $p'_п$ – отклонение давления в напорном тракте; $h'_{кл}$ – отклонение от установившегося значения перемещение золотника клапана; K_{Qh} , K_{Qp} – коэффициенты влияния перемещения золотника и давления в напорном тракте на расход через клапан соответственно; $S_{кл}$ – площадь золотника, на которую воздействует управляющее давление.

Подставив (8.2)...(8.4) в (8.1), получим

* То, что переменная является отклонением от установившегося значения, будем отмечать верхним штрихом у стандартного обозначения рассматриваемой переменной.

$$Q'_H - Q'_П = \frac{V_{\Pi}}{B_{\text{ж}}} \frac{d p'_{\Pi}}{dt} + S_{\text{ккл}} \frac{d h'_{\text{ккл}}}{dt} + K_{Qh} h'_{\text{ккл}} + K_{Qp} p'_{\Pi}. \quad (8.5)$$

Уравнение движения золотника в пренебрежении силой трения можно представить следующим образом

$$m_{\text{ккл}} \frac{d^2 h'_{\text{ккл}}}{dt^2} = S_{\text{ккл}} (p'_{\Pi} - p'_{\text{д}}) - P'_{\text{пр}} - P'_{\text{гд}}, \quad (8.6)$$

где $m_{\text{ккл}}$ – масса золотника клапана; p'_{Π} – отклонение давления в демпфирующей полости клапана; $P'_{\text{пр}}$ – отклонение силы пружины; $P'_{\text{гд}}$ – отклонение гидродинамической силы.

Для определения давления в демпфирующей полости используем уравнение сохранения массы в данном объеме, которое при условии пренебрежения сжимаемостью среды имеет вид

$$S_{\text{ккл}} \frac{d h'_{\text{ккл}}}{dt} = k_{\text{др}} p'_{\text{д}}, \quad (8.7)$$

где $k_{\text{др}}$ – проводимость дросселя.

Сумму отклонений $P'_{\text{пр}}$ и $P'_{\text{гд}}$ представим, как

$$P'_{\text{пр}} + P'_{\text{гд}} = c_{\text{ккл}} h'_{\text{ккл}} \quad (8.8)$$

где $c_{\text{ккл}}$ – суммарная жесткость механической и «гидродинамической» пружины.

Подставив (8.7) и (8.8) в (8.6), получаем следующее уравнение движения золотника клапана

$$\frac{m_{\text{ккл}}}{c_{\text{ккл}}} \frac{d^2 h'_{\text{ккл}}}{dt^2} + \frac{S_{\text{ккл}}^2}{c_{\text{ккл}} k_{\text{др}}} \frac{d h'_{\text{ккл}}}{dt} + h'_{\text{ккл}} = \frac{S_{\text{ккл}}}{c_{\text{ккл}}} p'_{\Pi}. \quad (8.9)$$

Переходя в уравнениях (8.5) и (8.9) к изображениям, получим

$$p'_{\Pi}(s) = \frac{K_{pQ}}{T_{\text{л}} s + 1} \left[Q'_H(s) - Q'_П(s) - K_{Qh} (T_{\text{у.к}} s + 1) h'_{\text{ккл}}(s) \right]; \quad (8.10)$$

$$h'_{\text{ккл}}(s) = \frac{K_{hp}}{T_{\text{ккл}}^2 s^2 + 2\xi_{\text{ккл}} T_{\text{ккл}} s + 1} p'_{\Pi}(s), \quad (8.11)$$

где

$$K_{pQ} = \frac{1}{K_{Qp}}; \quad T_{\text{л}} = \frac{V_{\Pi}}{K_{Qp} B_{\text{ж}}}; \quad T_{\text{у.к}} = \frac{S_{\text{ккл}}}{K_{Qh}}; \quad T_{\text{ккл}} = \sqrt{\frac{m_{\text{ккл}}}{c_{\text{ккл}}}};$$

$$\xi_{\text{ккл}} = \frac{S_{\text{ккл}}^2}{2k_{\text{др}} \sqrt{m_{\text{ккл}} c_{\text{ккл}}}}; \quad K_{hp} = \frac{S_{\text{ккл}}}{c_{\text{ккл}}}.$$

Структурная схема системы, построенная по уравнениям (8.10), (8.11), показана на рис. 8.2.

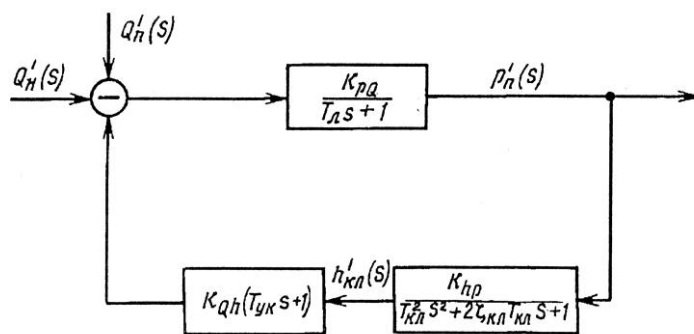


Рис. 8.2. Структурная схема источника энергопитания с переливным клапаном прямого действия

Из уравнений (8.10), (8.11) следует, что без учета сжимаемости среды в напорной линии ($T_n = 0$) система получается устойчивой при любых параметрах регулятора.

Источник энергопитания с переливным клапаном непрямого действия применяется для регулирования расходов жидкости превышающих 20...25 л/с. Конструктивная схема такого клапана показана на рис. 8.3.

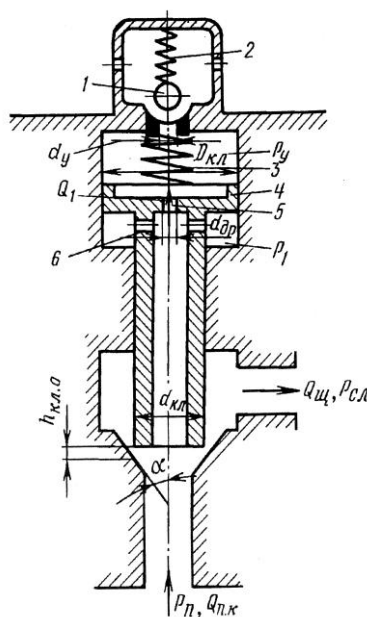


Рис. 8.3. Схема переливного клапана непрямого действия

Составим динамическую модель клапана, то есть систему уравнений, связывающую входную величину – отклонение давления на входе в клапан p_n' с выходной величиной – отклонением расхода, отбираемого от основного потока и сбрасываемого через клапан $Q'_{п.к}$.

Уравнение движения штока основного клапана имеет вид

$$m_{ккл} \frac{d^2 h'_{ккл}}{dt^2} = S_{ккл} (p'_n - p'_y) - P'_{гд} - P'_{пр} - P'_{тр}, \quad (8.12)$$

где $m_{\text{кл}}$ – масса штока клапана; $S_{\text{кл}} = \pi D_{\text{кл}}^2 / 4$ – площадь поршня клапана; $p'_п, p'_у$ – отклонение давления в напорной магистрали и в управляющей полости клапана соответственно; $P'_{\text{гд}}, P'_{\text{пр}}, P'_{\text{тр}}$ – отклонение гидродинамической силы, силы сопротивления пружины и силы трения соответственно.

$$P'_{\text{тр}} = k_{\text{тр}} \frac{dh'_{\text{кл}}}{dt}; \quad (8.13)$$

$$P'_{\text{гд}} + P'_{\text{тр}} = c_{\text{кл}} h'_{\text{кл}}, \quad (8.14)$$

где $k_{\text{тр}}$ – коэффициент трения; $c_{\text{кл}}$ – суммарная жесткость «гидродинамической» и механической пружины.

Для определения давления в управляющей полости $p'_у$ рассмотрим уравнение сохранения массы в управляющем объеме клапана. В предположении несжимаемости жидкости оно принимает вид уравнения сохранения объема рабочей жидкости:

$$S_{\text{кл}} \frac{dh'_{\text{кл}}}{dt} = Q'_{\text{др}} - Q'_у, \quad (8.15)$$

где $Q'_{\text{др}}$ – отклонение расхода рабочей жидкости, поступающей в управляющую полость через дроссель 5; $Q'_у$ – отклонение расхода рабочей жидкости, покидающей управляющую полость через управляющий клапан 1.

$$Q'_{\text{др}} = K_{Qp2} (p'_п - p'_у). \quad (8.16)$$

Для того, чтобы выразить величину расхода $Q'_у$ через основные характеристики клапана рассмотрим уравнение сохранения массы в основном объеме клапана, пренебрегая сжимаемостью рабочей жидкости и изменением объема за счет перемещения штока клапана. В этом случае уравнение сводится к следующему условию баланса расходов

$$Q'_{\text{п.к}} = Q'_{\text{щ}} + Q'_{\text{др}}. \quad (8.17)$$

Подставив в (8.17) $Q'_{\text{др}}$ из (8.15), будем иметь

$$Q'_{\text{п.к}} = Q'_{\text{щ}} + S_{\text{кл}} \frac{dh'_{\text{кл}}}{dt} + Q'_у. \quad (8.18)$$

Выражения для отклонения расхода, сбрасываемого в сливную линию через основную заслонку клапана $Q'_{\text{щ}}$ и через управляющий клапан $Q'_у$, имеют вид

$$Q'_{\text{щ}} = K_{Qp1} p'_п + K_{Qh} h'_{\text{кл}}; \quad (8.19)$$

$$Q'_у = K_{(Qp)_у} p'_у. \quad (8.20)$$

При записи последнего выражения считалось, что собственная частота управляющего клапана значительно превышает собственную частоту основного клапана.

Уравнения (8.12)...(8.16), (8.18)...(8.20) представляют собой замкнутую систему, связывающую между собой входной $p'_п$ и выходной $Q'_{\text{п.к}}$ параметры клапана. После перехода к изображениям она может быть представлена в виде

$$\left(\frac{m_{\text{ккл}}}{c_{\text{ккл}}} s^2 + \frac{k_{\text{тр}}}{c_{\text{ккл}}} s + 1 \right) h'_{\text{ккл}}(s) = S_{\text{ккл}} [p'_{\text{п}}(s) - p'_y(s)]; \quad (8.21)$$

$$S_{\text{ккл}} s h'_{\text{ккл}} = Q'_{\text{др}} - Q'_y \quad (8.22)$$

$$Q'_{\text{п.к}}(s) = Q'_{\text{ш}}(s) + S_{\text{ккл}} s h'_{\text{ккл}}(s) + Q'_y(s); \quad (8.23)$$

$$Q'_{\text{ш}}(s) = K_{Qp1} p'_{\text{п}}(s) + K_{Qh} h'_{\text{ккл}}(s); \quad (8.24)$$

$$Q'_{\text{др}}(s) = K_{Qp2} [p'_{\text{п}}(s) - p'_y(s)]; \quad (8.25)$$

$$p'_y(s) = K_{(pQ)y} Q'_y(s). \quad (8.26)$$

8.2. Система стабилизации скорости выходного звена с регулятором расхода

При дроссельном регулировании без обратной связи для поддержания скорости выходного звена независимо от нагрузки применяют регуляторы расхода, рис. 8.4. Здесь на линии слива жидкости из полости p_1 силового гидроцилиндра установлен регулятор расхода.

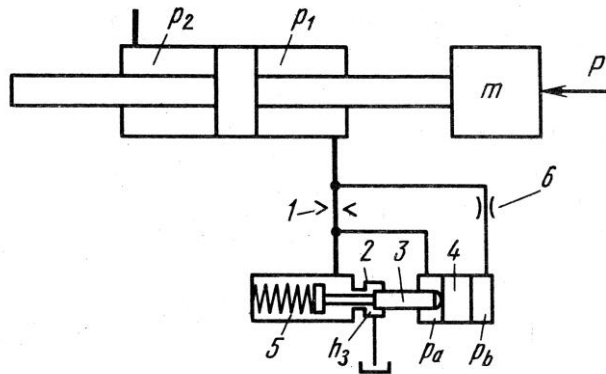


Рис. 8.4. Схема системы с регулятором расхода: 1 – дроссельная шайба; 2 – регулируемое окно слива; 3 – золотник; 4 – поршень; 5 – пружина; 6 – дроссель

Составим динамическую модель регулятора. Входным воздействием здесь является давление p_1 (сила сопротивления нагрузки), выходным – расход через дроссельную шайбу Q_1 (скорость движения выходного звена). Уравнение движения золотника в пренебрежении силой сопротивления трения имеет вид

$$m_{\text{п}} \frac{d^2 h'_3}{dt^2} = F_{\text{п}} (p'_a - p'_b) + P'_{\text{пр}} - P'_{\text{гд}}, \quad (8.27)$$

где $m_{\text{п}}$ – масса поршня; $F_{\text{п}}$ – площадь поршня; $P'_{\text{пр}}$ – отклонение силы сопротивления пружины; $P'_{\text{гд}}$ – отклонение гидродинамической силы.

Разность давлений $p'_b - p'_1$ равна потерям давления на дросселе 6. Тогда, считая, что течение в дросселе ламинарное, имеем

$$Q'_{\text{др}} = k_{\text{др}} (p'_b - p'_1), \quad (8.28)$$

где $k_{\text{др}}$ – проводимость дросселя 6.

$$P'_{\text{пр}} - P'_{\text{гд}} = -c_3 h'_3. \quad (8.29)$$

Уравнения сохранения массы рабочей жидкости в полостях a и b гидроцилиндра запишем, пренебрегая сжимаемостью среды

$$F_a \frac{d' h_3}{dt} = Q'_1 - Q'_{\text{щ}}; \quad (8.30)$$

$$F_{\text{п}} \frac{d h'_3}{dt} = Q'_{\text{др}}, \quad (8.31)$$

где F_a – площадь поршня со стороны полости a ; Q_1 – расход жидкости через дроссельную шайбу; $Q_{\text{щ}}$ – расход жидкости через щель золотника.

В линейном приближении можем записать

$$Q'_1 = K_{Qp1} p_1 - K_{Qp1} p_a; \quad (8.32)$$

$$Q'_{\text{щ}} = K_{Qp2} p'_a + K_{Qh} h'_3, \quad (8.33)$$

где K_{Qp1} – коэффициент влияния на расход Q_1 давлений p_1 и p_a ; K_{Qp2} , K_{Qh} – коэффициент влияния на расход $Q_{\text{щ}}$ давления p_a и перемещения золотника h_3 .

Часто можно пренебречь $F_a d h'_3 / dt$ по сравнению с $Q'_{\text{щ}}$. Тогда вместо (8.30) имеем

$$Q'_1 = Q'_{\text{щ}}. \quad (8.34)$$

Подставив в уравнения (8.27) выражения (8.29), (8.31) и (8.32), получим

$$m_{\text{п}} \frac{d^2 h'_3}{dt^2} + \frac{F_{\text{п}}^2}{k_{\text{др}}} \frac{d h'_3}{dt} + c_3 h'_3 = -\frac{F_{\text{п}}}{K_{Qp1}} Q'_1. \quad (8.35)$$

Переходя в (8.33), (8.34) и (8.35) к изображениям будем иметь

$$\left(\frac{m_{\text{п}}}{c_3} s^2 + \frac{F_{\text{п}}^2}{c_3 k_{\text{др}}} s + 1 \right) h'_3(s) = -\frac{F_{\text{п}}}{K_{Qp1}} Q'_1(s); \quad (8.36)$$

$$\left(\frac{K_{Qp2}}{K_{Qp1}} + 1 \right) Q'_1(s) = K_{Qp2} p'_1(s) + K_{Qh} h'_3(s), \quad (8.37)$$

Из (8.36) и (8.37) получаем следующее выражение для передаточной функции регулятора

$$W_{p1Q1}(s) = \frac{p_1(s)}{Q_1(s)} = \frac{K_{pQ} (T_1^2 s^2 + 2\xi_1 T_1 + 1)}{T_2^2 s^2 + 2\xi_2 T_2 + 1}, \quad (8.38)$$

где

$$K_{pQ} = \frac{c_1}{c_2} + \frac{F_{\Pi}}{K_{Qp1}c_2c_3}; \quad c_1 = \frac{K_{Qp1} + K_{Qp2}}{K_{Qh}K_{Qp1}}; \quad c_2 = \frac{K_{Qp2}}{K_{Qh}};$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{m_{\Pi}c_1K_{Qp1}}{F_{\Pi} + c_1c_3K_{Qp1}}}; \quad T_2 = \sqrt{\frac{m_{\Pi}}{c_3}};$$

$$\xi_1 = \frac{F_{\Pi}^2}{2k_{\text{др}}\sqrt{m_{\Pi}\left(c_3 + \frac{F_{\Pi}}{c_1K_{Qp1}}\right)}}; \quad \xi_2 = \frac{F_{\Pi}}{2k_{\text{др}}\sqrt{m_{\Pi}c_p}}.$$

Рассмотрим динамику выходного звена с таким регулятором, используя схему, приведенную на рис. 8.4. Входными величинами в данном случае являются: давление в напорной части гидроцилиндра p_2 и внешняя нагрузка P , а выходной величиной – скорость штока гидроцилиндра $v_{\text{шт}}$.

Уравнение движения штока гидроцилиндра

$$m \frac{d^2 y_{\text{шт}}}{dt^2} + k_{\text{тр}} \frac{dy_{\text{шт}}}{dt} = F_{\Pi} (p_2 - p_1) - P, \quad (8.39)$$

где m – приведенная к выходному звену масса; F_{Π} – площадь поршня гидроцилиндра; $k_{\text{тр}}$ – коэффициент трения; $y_{\text{шт}}$ – перемещение штока; P – внешняя сила.

Уравнение сохранения массы жидкости в полости гидроцилиндра, обращенной к регулятору,

$$\frac{V_0}{B_{\text{ж}}} \frac{dp_1}{dt} - F_{\Pi} \frac{dy_{\text{шт}}}{dt} = -Q_1, \quad (8.40)$$

где V_0 – объем правой полости гидроцилиндра в рассматриваемый момент времени; $B_{\text{ж}}$ – модуль объемной упругости жидкости.

Перейдем к изображениям в (8.39), (8.40), учитывая, что $dy_{\text{шт}}/dt = v_{\text{шт}}$ и рассматривая малые отклонения параметров относительно базовых величин:

$$(ms + k_{\text{тр}})v'_{\text{шт}}(s) = F_{\Pi}p'_2(s) - P'(s) - F_{\Pi}p'_1(s); \quad (8.41)$$

$$Q'_1(s) = F_{\Pi}v'_{\text{шт}} - \frac{V_0}{B_{\text{ж}}}sp'_1(s). \quad (8.42)$$

Рассматривая уравнения (8.41) и (8.42) совместно с передаточной функцией регулятора (8.38), получим структурную схему силового гидроцилиндра, скорость движения поршня которого поддерживается постоянной при помощи регулятора расхода рабочей жидкости в сливной линии, рис. 8.5.

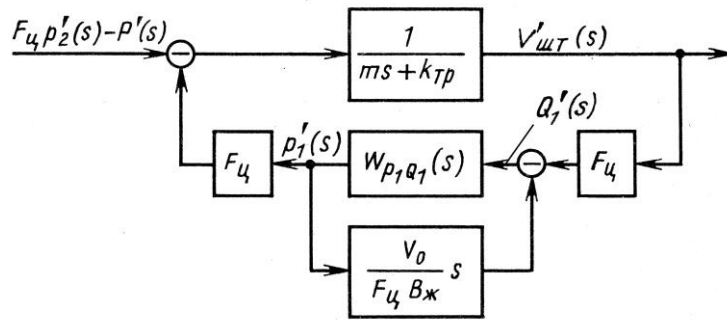


Рис. 8.5. Структурная схема силового гидроцилиндра с регулятором скорости хода

8.3. Система энергопитания с автоматически регулируемым насосом

Энергопотребление источника питания гидросистем может быть уменьшено при использовании объемного насоса, подача которого автоматически регулируется по давлению нагнетания, рис. 8.6.

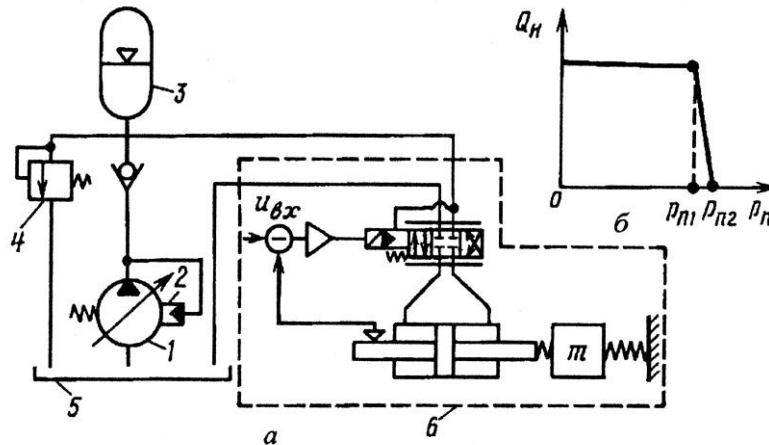


Рис. 8.6. Схема (а) и статическая характеристика системы (б) с автоматически регулируемым насосом: 1 – регулируемый насос; 2 – автоматический регулятор насоса; 3 – газогидравлический аккумулятор давления; 4 – предохранительный клапан; 5 – бак; б – схема электрогидравлического усилителя следящего привода, питаемого регулируемым насосом

В диапазоне давлений $0 \dots p_{\text{п1}}$ (см. характеристику насоса на рис. 8.6, б) насос работает, как нерегулируемый, а в диапазоне $p_{\text{п1}} \dots p_{\text{п2}}$ изменяет подачу так, чтобы установившееся давление в напорной линии не выходило за пределы $p_{\text{п1}}$ и $p_{\text{п2}}$. Установившаяся ошибка равна разности $p_{\text{п2}} - p_{\text{п1}}$. Поэтому, чем круче наклон регулируемого участка, тем выше точность регулирования давления в системе. Наличие в системе аккумулятора позволяет уменьшить динамическую ошибку регулирования. Соответствующим выбором насоса, регулятора и аккумулятора может быть обеспечено малое изменение давления $p_{\text{п}}$.

Составим линейную динамическую модель рассматриваемой системы энергопитания, считая входным параметром расход, поступающий в гидропривод $Q_{\text{гп}}$, выходным – давление $p_{\text{п}}$.

Будем считать чувствительный элемент регулятора малоинерционным. Тогда его уравнение может быть записано следующим образом

$$h'_p = -K_{hp} p'_\Pi, \quad (8.43)$$

где h'_p – отклонение положения чувствительного элемента регулятора, вызванное отклонением его от воздействия; K_{ph} – коэффициент преобразования.

Уравнение исполнительного элемента регулятора (обычно это гидроцилиндр с одной камерой) запишем в виде

$$T_c^2 \frac{d^2 y'_c}{dt^2} + 2\xi_c T_c \frac{dy'_c}{dt} + y'_c = K_{sy} x'_p, \quad (8.44)$$

где T_c – постоянная времени сервопривода; ξ_c – коэффициент его относительного демпфирования; y'_c – выходная величина сервопривода; x'_p – выходная величина усилителя регулятора (например, перемещение его золотника); K_{xy} – коэффициент передачи.

Для обеспечения устойчивости и возможности изменения статической характеристики (см. рис. 8.6, б) в сервоприводе применяют обратную связь от исполнительного элемента к усилителю. Применим жесткую обратную связь, уравнение которой имеет вид

$$x'_p = h'_p - K_{o.c} y'_c. \quad (8.45)$$

В малых отклонениях изменение подачи Q'_H насоса пропорционально y'_c , то есть

$$Q'_H = K_{Qy} y'_c. \quad (8.46)$$

Из уравнения сохранения массы в напорной линии насоса следует

$$Q'_H = Q'_a + \frac{V_\Pi}{B_{ж}} \frac{dp'_\Pi}{dt} + Q'_{гп}, \quad (8.47)$$

где Q'_a , $Q'_{гп}$ – отклонение расхода, поступающего в аккумулятор и в гидропривод соответственно; V_Π – объем напорной гидролинии и присоединенных к ней систем; $B_{ж}$ – модуль упругости жидкости.

Расход, поступающий в аккумулятор, найдем в предположении адиабатности процессов в газовой части аккумулятора:

$$\frac{1}{p_a} \frac{dp_a}{dt} = k \frac{1}{\rho_a} \frac{d\rho_a}{dt}.$$

Так как

$$\frac{1}{\rho_a} \frac{d\rho_a}{dt} = \frac{1}{\rho_a} \frac{d(m_a/V_a)}{dt} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{m_a}{V_a^2} \frac{dV_a}{dt} = \frac{Q'_a}{V_a} \text{ и } p_a = p_\Pi,$$

где m_a – масса газа в аккумуляторе, V_a – газовый объем аккумулятора, то

$$Q'_a = \frac{V_a}{kp_a} \frac{dp'_\Pi}{dt}. \quad (8.48)$$

При анализе динамики рассматриваемой системы питания входное воздействие $Q'_{гп}$ может быть задано, как функция времени в предположении, что гидро-

привод может быть заменен устройством (например, клапаном), которое создает требуемое изменение расхода. Если требуется исследовать динамику всей системы, то в приведенную систему требуется добавить уравнения, описывающие процессы в приводе.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Энергетические характеристики регулируемого привода	2
1.1. Нагрузочные и регулировочные характеристики гидроприводов	2
1.2. Сравнение различных способов регулирования	10
1.3. Нагрузочная характеристика гидропривода при гармонических колебаниях выходного звена	16
1.4. Рабочая характеристика и регулирование насоса	17
1.5. Энергетические параметры гидропривода при динамически изменяющейся нагрузке	22
2. Основы теории автоматического регулирования	28
2.1. Основные составляющие регуляторов и управляющих систем	28
2.2. Уравнения динамики простой гидросистемы	30
2.3. Общая форма уравнений динамики линейных систем. Передаточная функция	33
2.4. Переходная и весовая функции	37
2.5. Частотные характеристики линейных систем	41
2.6. Логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики	43
2.7. Частотные характеристики систем первого и второго порядка	44
2.8. Типовые звенья	48
2.9. Соединения звеньев	53
2.10. Преобразования структурных схем	56
2.11. Передаточные функции замкнутой системы по задающему и возмущающему воздействиям	57
3. Устойчивость систем	59
3.1. Общие условия устойчивости линейных систем	59
3.2. Алгебраические критерии устойчивости	59
3.3. Частотные критерии устойчивости	62
3.4. Применение логарифмических частотных характеристик для анализа устойчивости систем	63
3.5. Исследование влияния параметров системы на устойчивость. Метод D-разбиения	66
4. Качество регулирования и методы синтеза корректирующих устройств	68
4.1. Понятие качества регулирования	68
4.2. Расчет переходного процесса по частотным характеристикам	69
4.3. Оценка качества переходного процесса по частотным характеристикам ..	71
4.4. Точность регулирования систем	74
4.5. Синтез корректирующих устройств по логарифмическим амплитудным характеристикам	76
5. Динамика гидромеханических приводов с дроссельным регулированием	82
5.1. Нелинейная модель гидромеханического привода с дроссельным регулированием	82

5.2. Линейная модель гидромеханического привода с дроссельным регулированием	85
5.3. Устойчивость и качество регулирования следящего гидромеханического привода	90
5.4. Корректирование динамики гидроприводов с дроссельным регулированием	91
6. Динамика электрогидравлических приводов с дроссельным регулированием.	99
6.1. Общие сведения об электрогидравлических следящих приводах с дроссельным регулированием.....	99
6.2. Статические и динамические характеристики электро- и гидроаппаратуры	100
6.3. Структурные схемы электрогидравлических следящих приводов с дроссельным регулированием.....	107
6.4. Корректирование демпфирующих свойств электрогидравлических следящих приводов с дроссельным регулированием.....	114
6.5. Корректирование внешней статической характеристики электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием	120
6.6. Автоколебания в электрогидравлическом приводе с дроссельным регулированием	125
7. Динамика гидроприводов с объемным регулированием	126
7.1. Принципиальная схема и уравнение динамики силовой части гидропривода с объемным регулированием.....	126
7.2. Устойчивость гидропривода с объемным регулированием при наличии обратной связи	130
7.3. Электрогидравлические следящие приводы с объемным регулированием	132
8. Автоматические регуляторы в пневмогидросистемах	135
8.1. Источник энергопитания с переливным клапаном.....	135
8.2. Система стабилизации скорости выходного звена с регулятором расхода	139
8.3. Система энергопитания с автоматически регулируемым насосом.....	142
Содержание	145